

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA

Daniel Malouf Cozzubo

MEDIÇÃO DE FORÇA E DESLOCAMENTO EM  
IMPACTO DE TUBOS ATRAVÉS DA CORRELAÇÃO  
DIGITAL DE IMAGENS

SÃO PAULO

2021

DANIEL MALOUF COZZUBO

MEDIÇÃO DE FORÇA E DESLOCAMENTO EM  
IMPACTO DE TUBOS ATRAVÉS DA  
CORRELAÇÃO DIGITAL DE IMAGENS

**Este relatório é apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecatrônica na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. É o produto do meu próprio trabalho, exceto onde indicado no texto. O relatório pode ser livremente copiado e distribuído desde que a fonte seja citada.**

Orientador: Prof. Dr. Marcilio Alves

São Paulo, março de 2021

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
1.1	Objetivos . . . . .	5
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	6
1.2.1	Correlação Digital de Imagens . . . . .	6
1.2.2	Correlação Digital de Imagens 3D . . . . .	9
1.3	Estado da Arte . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Requisitos do Projeto</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Softwares Disponíveis</b>	<b>16</b>
3.1	Ncorr . . . . .	17
3.2	Tracker . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Experimentos</b>	<b>19</b>
4.1	Teste de Tração . . . . .	19
4.2	Teste de Compressão . . . . .	23
4.3	Teste de Impacto . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>27</b>
5.1	Teste de Tração . . . . .	27
5.2	Teste de Compressão . . . . .	32
5.3	Teste de Impacto . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Discussão</b>	<b>39</b>
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>42</b>
	<b>Referências</b>	<b>43</b>
	<b>Apêndice A Tensor do Gradiente de Deformação</b>	<b>50</b>
	<b>Apêndice B Deformação de Engenharia</b>	<b>54</b>

Apêndice C Torção	57
Apêndice D Coeficiente de Correlação	60
Apêndice E Interpoladores	63

# 1 Introdução

Tendo em vista a importância do estudo do comportamento de estruturas e materiais quando sujeitos à carregamentos diversos, várias técnicas foram desenvolvidas ao longo dos anos para obtenção de informações como deslocamentos e tensões atuantes nos corpos. Algumas dessas técnicas são monitoramentos com strain gauges, técnicas de interferometria como análises ótica do padrão de Moire e técnicas não-interferométricas como a Correlação Digital de Imagens. Técnicas de interferometria necessitam de um ambiente controlado, com luzes coerentes (possuem diferença de fase constante, mesma forma de onda e frequência) e livre de vibrações dificultando sua aplicação em medições fora de laboratórios. Além disso, o resultado desses métodos necessita de pós-processamento, uma vez que retornam padrões de franja para obter os deslocamentos.

A Correlação Digital de Imagens, DIC, se mostra mais eficiente por ser uma técnica que fornece diretamente o campo de deslocamentos e as tensões no corpo e pelo fato dela poder ser empregada em qualquer ambiente bem iluminado. Contudo, quando comparada a análises de interferometria, a precisão da técnica se mostra menor (Pan et al. 2009). Com a popularização de câmeras de alta resolução, a Correlação Digital de Imagens tem se beneficiado, uma vez que sua precisão é dependente da resolução das imagens obtidas. Outros fatores tecnológicos, como conexões de internet de alta velocidade, processadores mais rápidos e câmeras que permitem tempo de exposição cada vez menores, viabilizaram a utilização da técnica em processos à altas velocidades captando detalhes do fenômeno.

A Correlação Digital de Imagens é normalmente aplicada em casos que as deformações e a geometria do corpo estão restritas em um plano. Já a Correlação Digital de Imagens 3D permite obter campos de deslocamentos de corpos não planos, e dessa forma esta se tornando mais popular não só na engenharia e em aplicações de medições industriais, mas também no campo médico. O avanço dos computadores e a utilização de métodos numéricos mais eficientes, permite com que as análises de Correlação Digital de Imagens possam ser feitas em

tempo real viabilizando, dentre outras aplicações, o monitoramento contínuo de estruturas.

A versatilidade da técnica de Correlação Digital de Imagens, permite que ela seja aplicada para medição de deslocamentos e tensões, não somente de carregamentos mecânicos, como térmicos também. Além disso, a técnica pode ser utilizada em aplicações em grande escala, como acompanhamento de deslizamentos de terra (Debella-Gilo & Kääb 2011, Travelletti et al. 2012) e deflexão de pontes (Yoneyama et al. 2007).

A Correlação Digital de Imagens, pode ser, por vezes confundida com técnicas de Visão Computacional como Image Registration or Matching, IRM. No entanto, como apontado por Wang et al. (2015), enquanto o DIC é usado amplamente na mecânica experimental e ótica para medição de deformações, aquisição da forma de um corpo e medição de deslocamentos, a Visão Computacional é utilizada em campos áreas como reconhecimento e identificação de objetos, mapeamento e navegação de robôs, junção de imagens, reconhecimento de gestos e acompanhamento de movimentos.

Apesar de serem similares, ao passo que ambas técnicas tem por objetivo detectar o mesmo conjunto de pontos em duas imagens distintas, tanto o DIC quanto o IRM possuem abordagens diferentes. O primeiro, utiliza padrões artificiais, conhecidos como speckles, para garantir pontos que possuam intensidades distintas para aplicação do algoritmo, realizando buscas em uma área específica, chamada de ROI. Já o IRM, utiliza padrões naturais da imagem, como contornos e formas, realizando buscas por essas características. Por fim, devido a natureza de suas aplicações, o DIC é utilizado em situações onde é necessário precisão, ao passo que IRM oferece velocidade e conveniência, podendo elementos de ambas as técnicas serem utilizados em sinergia (Wang et al. 2015).

## 1.1 Objetivos

A Correlação Digital Imagens é uma técnica profundamente estudada. O presente trabalho irá empregar a técnica para obtenção do deslocamento imposto a um tubo durante testes de tração, compressão e impacto, analisando a viabilidade e precisão da técnica nas diferentes condições.

Inicialmente, será realizado os testes de tração a baixa velocidade, de modo a conhecer os pontos críticos do uso do DIC. Será utilizado dois de materiais, elástico e alumínio. Posteriormente, serão realizados os testes de compressão e impacto. O trabalho está dividido em 7 seções, sendo que a Seção 1 contém uma revisão bibliográfica a cerca do tema e a Seção 2 apresenta os requisitos do projeto. Na Seção 3, é fornecida uma breve apresentação dos softwares utilizados. Os testes realizados são descritos na Seção 4, e seus resultados apresentados na Seção 5. A discussão e conclusão do trabalho estão, respectivamente, na Seção 6 e Seção 7. Por fim, os apêndices trazem o desenvolvimento teórico de alguns conceitos utilizados no trabalho.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

### 1.2.1 Correlação Digital de Imagens

A Correlação Digital de Imagens (DIC) foi estudada pela primeira vez na Universidade da Carolina do Sul por volta dos anos de 1980 (Peters & Ranson 1982). Desde então, tem ganhado popularidade por se mostrar uma ferramenta versátil sendo utilizada em diversas aplicações como obtenção do Módulo de Young e coeficiente de Poisson de um material (Chasiotis & Knauss 2002), campo de deslocamentos de corpos sujeitos à carregamentos térmicos (Bing et al. 2009) e mecânicos (Pan et al. 2009), e até mesmo para validação de diferentes técnicas de elementos finitos (Avril et al. 2008).

A mesma técnica aparece com diversos nomes na literatura, como Digital Speckle Correlation Method (DSCM) (Zhou & Goodson 2001), Texture Correlation (Bay 1995), Computer-Aided Speckle Interferometry (CASI) (Gaudette et al. 2001) e Eletronic Speckle Photography (ESP) (Sjödahl & Benckert 1993). Apesar dos diferentes nomes, o método utilizado é o mesmo e consiste na aplicação de um padrão aleatório de manchas (speckles) na superfície do corpo de provas, seguido da sobreposição de um conjunto de malhas (subsets) sobre a imagem inicial. Posteriormente ao carregamento, o mesmo conjunto de malhas é aplicado à imagem final de modo a identificar através de algoritmos de correlação, o campo de deslocamentos do corpo, e a partir dessa informação obter as propriedades desejadas na análise.

Os algoritmos de correlação buscam a variação da cor, em tons de cinza, contida nos pixels que constituem a imagem. Dessa forma, a precisão do resultado está intimamente ligado à resolução da imagem (Chu et al. 1985). Bruck et al utilizam o Método de Newton-Raphson para acelerar a convergência do método, utilizando menos CPU (Bruck et al. 1989).

As imagens por natureza possuem um caráter discreto, uma vez que são representadas pela matriz de pixels, o que limita a precisão de análises que necessitem de precisão menor que um pixel. O uso de interpoladores lineares para obter precisão subpixelar fornece erros da ordem de 40% (Schreier et al.

2000). O mesmo estudo demonstrou que esses erros podem ser mitigados usando funções de ordem maior, como interpoladores cúbicos ou B-spline de quinto grau, obtendo erros máximos de 5% e 2%, respectivamente. Schreier, Braasch, Sutton concluíram que a utilização das funções interpoladoras sugeridas, provoca um aumento dos custos computacionais muito pequeno frente à melhoria de precisão alcançada.

A precisão do campo de deslocamentos obtido, também depende do tamanho dos subsets que serão utilizados (Sutton et al. 1986) (Pan et al. 2008). No geral, quanto maiores os subsets mais precisa será a análise, porém para casos em que os deslocamentos obtidos são muito abruptos, tal diretriz pode levar a resultados errados (Lecompte et al. 2006). Nesses casos, malhas com grandes dimensões levariam a uma suavização do deslocamento. (Lecompte et al. 2006) sugere que uma de elementos finitos pode indicar o tamanho ótimo que os speckles devem ter para cada caso, em função do campo de deslocamentos esperado. Bornert et al. (2009) estudou a influência do tamanho da malha usada para correlação, da resolução da imagem (associada ao tamanho das manchas), dos algoritmos de correlação, das funções de forma e das funções interpoladoras para precisão subpixelar de modo a maximizar a precisão do método.

Dentre os possíveis algoritmos usados para obtenção da correlação, temos os que são dependentes e independentes do caminho escolhido. Os algoritmos ditos dependentes do caminho se baseiam em um chute inicial que leva em consideração a deformação de todos os pontos em cada interação. Os algoritmos ditos independentes do caminho, como por exemplo Fast Fourier Transform Cross Correlation, calculam a deformação de cada ponto independentemente dos outros pontos, o que possibilita que os cálculos sejam efetuados em paralelo, tornando as análises mais rápidas e possivelmente até em tempo real, devido uma convergência mais rápida (Jiang et al. 2015). O estudo também mostrou que os métodos independentes do caminho obtém a mesma precisão que os métodos dependentes inclusive em nível subpixelar.

Para casos em que há descontinuidades ou singularidades no corpo de prova, como trincas ou furos, a precisão das malhas usuais de DIC caem, uma vez

que uma malha maior (que tende a ser mais precisa como mostrado anteriormente) não consegue captar acuradamente o que ocorre perto da descontinuidade (Réthoré et al. 2008). Réthoré et al. (2008) propôs o uso de interpoladores estendidos que se assemelham com os usados no método dos elementos finitos estendidos, X-FEM (Belytschko & Black 1999), por conseguirem alinhar a malha com a singularidade permitindo obter precisamente o campo de deslocamentos na região (Chen et al. 2015). Tal método foi batizado de Extended Digital Image Correlation, ou X-DIC. Chen et al. (2015) conclui que malhas não-retangulares eliminam a influência da largura das trincas no resultado, e que a X-DIC é mais precisa e computacionalmente mais eficiente para análises de corpos com singularidades.

### 1.2.2 Correlação Digital de Imagens 3D

O uso da Correlação Digital de Imagens em sua forma clássica se limita a obter campos de deslocamentos em superfícies planas e com a câmera posicionada perpendicularmente à face de estudo do corpo de prova. Com o objetivo de estender a técnica ao estudo de corpos cuja carga aplicada produz deformações no espaço tridimensional foi desenvolvida a técnica de Correlação Digital de Imagens 3D, ou em alguns casos denominada Digital Image Stereo-Correlation (DISC) em referência à necessidade de se obter imagens em mais de uma fonte. No entanto, a adição de uma ou mais câmeras cria a necessidade de se calibrar o arranjo, de forma a definir o volume em que o conjunto consegue obter correlações com precisão.

Como mostrado por Orteu (2009) a precisão das análises em 3D dependem da resolução das câmeras utilizadas, do posicionamento entre as câmeras, da precisão do processo de calibração e da precisão do relacionamento das características do corpo em estudo, uma vez que é necessário para o algoritmo relacionar previamente contornos e formas do objeto para determinar a correspondência do mesmo conjunto de pontos nas duas imagens. Dessa forma, foi alcançado no estudo precisão de até 1/50000 pixel em imagens de resolução 1024 x 1024 pixels em ambientes controlados de laboratório.

Outra aplicação para a DISC está na sua utilização para obtenção de deslocamentos e esforços em superfícies planas, como mostrado por Helm et al. (1996). No estudo, é realizado a medição do campo de deslocamentos quando sujeito à tração de um corpo em que foi criada uma falha. Outros testes são realizados pelo estudo, e todos comprovam a precisão da técnica tridimensional de correlação.

A utilização de duas imagens virtuais (aqui no sentido ótico da palavra) obtidas através de uma câmera consegue suprir a necessidade da utilização de duas câmeras diferentes, eliminando a necessidade de sincronização dos vídeos, gerando assim uma imagem *pseudo-stereo*. Tal técnica pode utilizar uma configuração de espelhos ou lentes para produzir a imagem virtual do corpo de provas.

Em um estudo com uma lente prismática (Genovese et al. 2013), compara seus resultados com a abordagem tradicional de DIC 3D e mostra que, apesar da diminuição da precisão resultante de uma menor resolução da imagem obtida, a técnica apresenta resultados satisfatórios. Contudo, devido ao uso de lentes e espelhos não-planos, uma distorção é induzida às imagens sendo eliminadas através de procedimentos, que se assemelham à um filtro.

### 1.3 Estado da Arte

Há quase 30 anos, a Correlação Digital de Imagens vem sendo estudada exaustivamente. A evolução das câmeras digitais colaborou com a popularização da técnica por ter proporcionado um incremento na precisão das medidas de deslocamentos. Todo desenvolvimento através de pesquisas em otimização de algoritmos de correlação, funções interpoladoras e técnicas de convergência, concentradas principalmente na área de mecânica dos sólidos, criaram um sólido repositório de conhecimento no qual a DIC se firmou como uma solução prática para o problema de obtenção de deslocamentos. Com isso, a DIC passou a ser aplicada em outras áreas além da engenharia.

Na área médica, Shao et al. (2016) aplicaram a DIC 3D para medir os batimentos cardíacos de pacientes. Após aplicar um padrão speckle no punho da pessoa através da transferência de uma película à pele, um conjunto de duas câmeras captam as imagens à uma frequência de 10Hz que são processadas em tempo real para fornecer a pulsação.

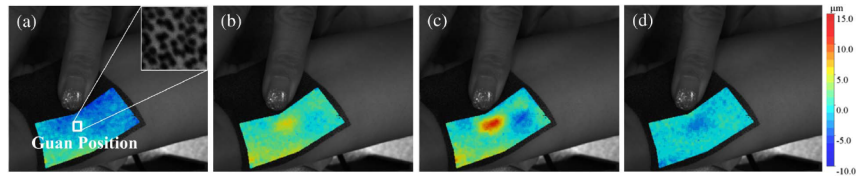


Figura 1: Visualização do deslocamento na posição de Guan durante um pulso cardíaco. Retirado de: (Shao et al. 2016)

A partir das imagens, é obtida uma onda representando os deslocamentos na posição de Guan. Uma análise do espectro de frequências da onda é realizada para se obter a frequência cardíaca do paciente, como pode ser observado na Fig. 2. A pulsação de dois voluntários foi medida, obtendo-se os gráficos de deslocamento e seus respectivos espectros de frequência.

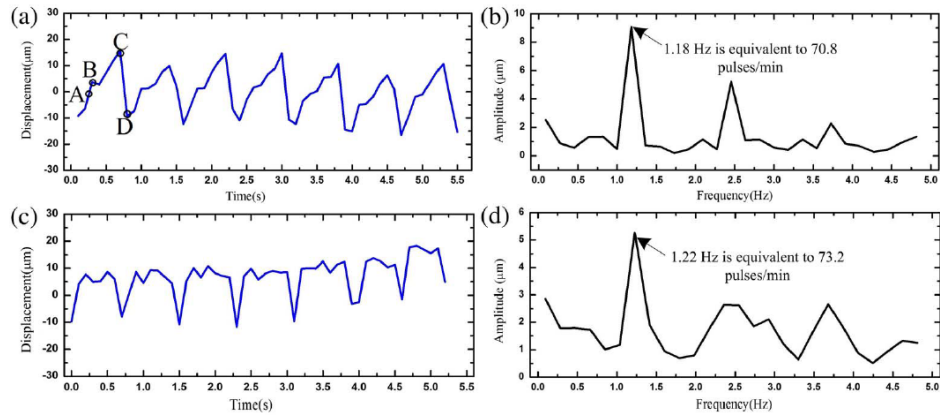


Figura 2: Ondas de pulso e seus respectivos espectros de frequência de dois voluntários. Retirado de: (Shao et al. 2016)

Outro foco de estudos recentes na área tem sido a utilização de múltiplas câmeras, uma vez que há uma limitação no tamanho do corpo sendo estudado. Caso o corpo seja muito grande, é necessário posicionar a câmera longe do corpo para conseguir capturar sua total extensão, porém isso implica numa menor precisão, ou até mesmo na inviabilização da análise, uma vez que a resolução final do padrão de speckle é comprometida. Orteu et al. (2011) desenvolveram uma técnica de calibração que permite a utilização de 4 câmeras simultaneamente para análises 3D da conformação de uma folha de metal. No entanto, era necessário que as imagens apresentassem uma parte de suas ROI em comum, ou seja, uma parte da peça deveria ser vista por duas câmeras.

Posteriormente, Wang et al. (2013) e Chen et al. (2014) estenderam o uso de múltiplas câmeras para análises 3D utilizando conjuntos independentes de duas câmeras cada, de modo a executar duas análises separadas em diferentes partes do corpo sendo estudado. Os campos de deslocamentos obtidos são então processados para comporem um único referencial. Dessa forma, não é necessário que as imagens se sobreponham como anteriormente feito por Orteu et al. (2011). A junção de ambas abordagens foi estudada por Malesa et al. (2016) que criou duas estratégias baseadas nos sistemas de coordenadas locais e globais, e as validou por análises em instalações industriais e em estruturas de engenharia

civil. Foi mostrado que a utilização dos setups de DIC com múltiplas câmeras permite calibrar modelos baseados em elementos finitos, que devido à idade das instalações não representam mais precisamente o real comportamento delas, garantindo análises de predições de falhas mais precisas. Anteriormente, Malesa et al. (2013) havia estudado aplicação de DIC na medição das deformações provocadas por dilatação em estruturas de aço, bem como as deformações causadas pelo fluxo de água em uma tubulação.

Outra área em que a DIC tem se mostrado útil é no controle de processos que requerem medições de deformações nos corpos. Em processos de termoformagem de polímeros é necessário controlar a espessura da peça de forma a garantir a qualidade. Usualmente são realizadas medidas em alguns pontos da peça para se obter a dimensão da seção transversal. No entanto esse método é lento, requer um operador e fornece resultados de apenas alguns pontos da peça. Sendo assim, Van Mieghem et al. (2013) desenvolveu uma técnica de medição online da espessura de uma peça hemisférica durante processos de termoformagem utilizando DIC. Como resultado, concluiu-se que a técnica permite ajustar os parâmetros de aquecimento e formagem da peça durante a deformação.

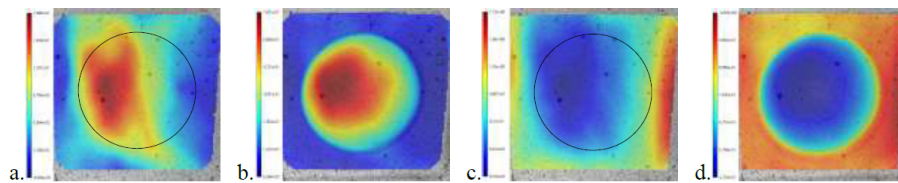


Figura 3: Tensão principal e espessura do polímero após o aquecimento (a, c) Tensão principal e espessura após a termoformagem (b, d). Retirado de: (Van Mieghem et al. 2013)

No campo de controle de testes, Le Flohic et al. (2014) utilizaram um setup de 3D DIC para controlar testes multiaxiais em uma plataforma de Stewart. Em testes desse tipo, imprecisões como a rigidez da máquina ou erros de posição dos atuadores podem influenciar nas medições. Dessa forma, foi desenvolvido um controle Multiple Inputs Multiple Outputs Integrated Digital Image Correlation (MIMO IDIC), que através da sobreposição de imagens obtidas com câmeras

em diversas orientações e direções permite obter a posição dos atuadores com incerteza de  $0.4 \mu\text{m}$ .

A aplicação da DIC em testes de fadiga controlados pela deformação foi estudada por Fayolle et al. (2007) e Wu et al. (2016). Ambos os estudos desenvolveram sistemas de processamento em tempo real dos campos de deslocamentos, permitindo que tais medidas fossem utilizadas como forma de controlar os teste. Fayolle et al. (2007) demonstraram que a incerteza utilizando DIC ao invés de strain gauges é apenas duas vezes maior, porém com a vantagem de se obter o campo de deslocamentos do material todo ao invés de se obter somente o valor do deslocamento em um ponto do corpo. No entanto, Wu et al. (2016) concluíram que o tempo de processamento aumenta quanto maior for o deslocamento observado entre duas imagens aumenta, o que pode gerar limitações para a utilização do método em análises dinâmicas com grandes deslocamentos e em alta frequência.

## 2 Requisitos do Projeto

O presente trabalho versará sobre a análise e concepção de um sistema capaz de obter campos de deslocamentos, força e energia absorvida em testes de impacto através da técnica de Correlação Digital de Imagens.

Não fará parte do escopo do projeto implementar os diversos algoritmos de correlação, uma vez que como concluído a partir da análise bibliográfica do tema feita, já existem softwares que fornecem os resultados desejados e otimizados computacionalmente. Dessa forma, o trabalho se restringirá a escolher uma configuração entre algoritmos, interpoladores e parâmetros do padrão aplicado ao corpo que forneçam os resultados mais precisos para cada aplicação que será ensaiada.

O principal caso a ser estudado se refere ao emprego da DIC em testes de impactos de tubos. Adaptações serão necessárias uma vez que por se tratar de um corpo sujeito a deformações fora de um plano, a técnica tradicional de DIC com somente uma câmera não consegue produzir resultados precisos. Para contornar esse problema, será medido o deslocamento da massa de impacto ao invés de diretamente no tubo.

Os sistemas de DIC obtidos pelo trabalho poderão ser utilizados para testes em condições industriais, portanto serão otimizados visando um uso prático e não laboratorial. Isso significa que os resultados deverão ser independentes, na medida do possível, de pequenas vibrações e deslocamentos, bem como condições de luminosidade. Ou seja, contanto que o corpo de testes esteja bem iluminado a luz não precisa seguir nenhuma restrição, como nos testes interferométricos.

### 3 Softwares Disponíveis

Por ter se tornado uma técnica tão popular, diversos softwares de análise de imagens desenvolveram pacotes para auxiliar a implementação e a execução dos experimentos de Correlação Digital de Imagens. Dessa forma, a necessidade de se implementar os algoritmos de correlação é eliminada, uma vez que tais softwares possuem em suas bibliotecas algoritmos implementados utilizando diversos métodos.

A possibilidade de se utilizar softwares de correlação permite que o foco dos estudos em DIC seja em, ao invés da implementação dos algoritmos, aprender as peculiaridades de cada método, como os parâmetros escolhidos influenciam a análise, quais métodos de interpolação convergem mais rápido, como definir as manchas de forma a se obter maior precisão, entre outros aspectos que interferem na análise. A possibilidade de se modificar diversos parâmetros de forma muito simples, permite que configurações ótimas para cada caso sejam obtidas sem a necessidade do retrabalho de implementar várias versões do mesmo algoritmo, o que garante um fluxo de análises muito mais rápido que em termos de aplicação industriais levam a custos experimentais menores.

Como demonstrado por (Bornert et al. 2009), ao se utilizar softwares diferentes porém com as mesmas configurações, o resultado obtido em ambos é equivalente. Isso mostra que o resultado está ligado ao método e não ao software que o implementa, o que permite intercambialidade dos resultados obtidos entre os diversos programas. Nesse trabalho serão utilizados dois softwares que serão apresentados abaixo. São eles o Ncorr e o Tracker.

### 3.1 Ncorr

O Ncorr é um pacote que implementa algoritmos de DIC 2D para uso no MATLAB desenvolvido por Justin Blaber no Instituto de Tecnologia da Georgia (Blaber et al. 2015). É uma ferramenta *open source* com interface gráfica que facilita a escolha dos parâmetros e a visualização dos resultados.

O algoritmo implementado por Blaber inicialmente divide a imagem em regiões menores, mapeando os pontos tanto em coordenadas relativas à essas regiões quanto em coordenadas absolutas da imagem. Dentro de cada uma dessas regiões, assume-se que a deformação seja homogênea. O algoritmo então calcula os deslocamentos em cada região, aplicando uma interpolação B-spline de quinto grau para aumento da precisão. O resultado obtido é então utilizado para o cálculo dos deslocamentos dentro de toda a região de interesse da análise.

Além de utilizar algoritmos já conhecidos e difundidos, o Ncorr acrescenta em sua análise algumas variações que visam melhorar seu desempenho e precisão. O software foi comparado com alternativas comerciais e apresentou resultados coerentes (Harilal et al. 2014). Visando sua validação, o Ncorr foi utilizado no *DIC challenge* organizado pela *SEM - Society for Experimental Mechanics* e produziu resultados compatíveis com o esperado (Blaber et al. 2015). O desafio da SEM visa comparar e determinar a confiabilidade de softwares de DIC fornecendo um conjunto de imagens fixo e que contenham alguns interferentes como ruídos e limitações de contraste e resolução. Com isso, o Ncorr se mostra uma alternativa confiável para utilização em estudos de DIC.

## 3.2 Tracker

O Tracker é um software desenvolvido por Douglas Brown para integrar o Open Source Physics (OSP). O OSP é um projeto criado em 2002 que visa fornecer ferramentas computacionais open source para ensino de física, computação e modelagem (Christian 2003). Dessa forma, o Tracker é uma ferramenta que combina análise de vídeos com modelagem computacional, uma vez que permite integrar modelos de fenômenos físicos a vídeos. Para criar os modelos, o usuário define as equações e condições iniciais, como base na Segunda Lei de Newton e o software sincroniza a simulação com o vídeo (Brown 2009).

Na parte de análise de vídeos, o Tracker possui a função de rastrear um ponto ao longo do vídeo. Para isso, o software utiliza o algoritmo de Correlação Digital de Imagens de forma a buscar nos frames do vídeo uma sub-região, em valores de RGB. O software pode analisar a posição, velocidade e aceleração de um ponto de interesse, criando gráficos com as grandezas, ou sobrepondo a trajetória ao vídeo.

## 4 Experimentos

### 4.1 Teste de Tração

Inicialmente foram realizados testes de tração de modo a aplicar na prática os conceitos fundamentais de Correlação Digital de Imagens. Os experimentos foram realizados utilizando a máquina universal de ensaios de duas colunas Instron 3369, capaz de realizar testes de tração, compressão, cisalhamento, falha cíclica, entre outros. Os materiais escolhidos foram uma fita de borracha, por ser facilmente deformável, apresentando maiores deformações quando submetidas à tração, e corpos de prova de alumínio, retirados dos tubos que serão usados nos testes de compressão e impacto.

Os testes de tração com alumínio, têm por objetivo caracterizarem o material a ser utilizado nos teste de compressão e impacto. Dessa forma, os corpos de teste foram extraídos dos tubos, seguindo o padrão de "borboleta" ou "gravata".



Figura 4: Corpo de teste retirado do tubo de alumínio, no formato "borboleta".

O corpo de teste elástico foi inicialmente preparado respingado tinta branca na porção central do corpo, uma vez que as extremidades ficaram presas às garras. Dessa forma, foi criado um padrão de speckle de alto contraste já que o material era preto. Similarmente, os corpos de alumínio foram inicialmente pintados com tinta branca e respingados com tinta preta. Os testes foram realizados com a tinta ainda fresca, uma vez que com a tinta seca o resultado obtido pode ser influenciado pela elasticidade da tinta. Além disso, como os corpos de testes iria sofrer grandes deformações, a tinta seca trincaria modificando o padrão de speckle e comprometendo o teste.

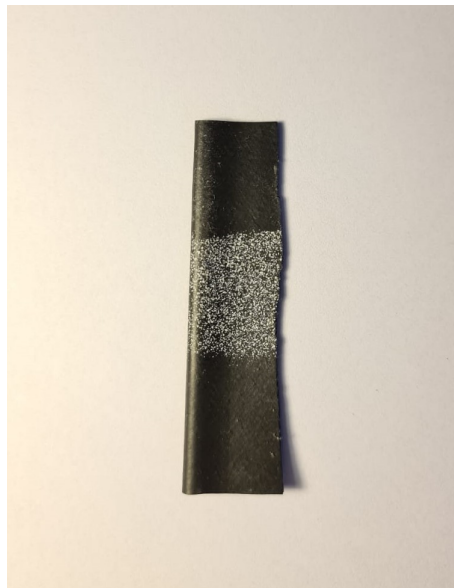


Figura 5: Corpo de teste elástico com padrão speckle aplicado.

As fotos do teste de tração foram tiradas utilizando uma câmera Nikon D90 de 32,5 megapixels montada em um tripé e com lente macro Tokina AT-X Pro com distância focal de 100mm e abertura máxima f2.8. A lente macro foi utilizada por apresentar melhor performance em fotos à curta distância, gerando imagens mais nítidas e detalhadas de objetos menores. Outra característica desse tipo de lente é que ela pode captura objetos com a proporção de 1:1, preservando as dimensões do corpo de prova, e evitando que aberrações ópticas

influenciem o resultado do teste. O corpo de provas foi iluminado com dois conjuntos de LEDs brancos de alta intensidade da Visual Instrumentation modelo 900445 que podem iluminar até 12000 lumens cada.

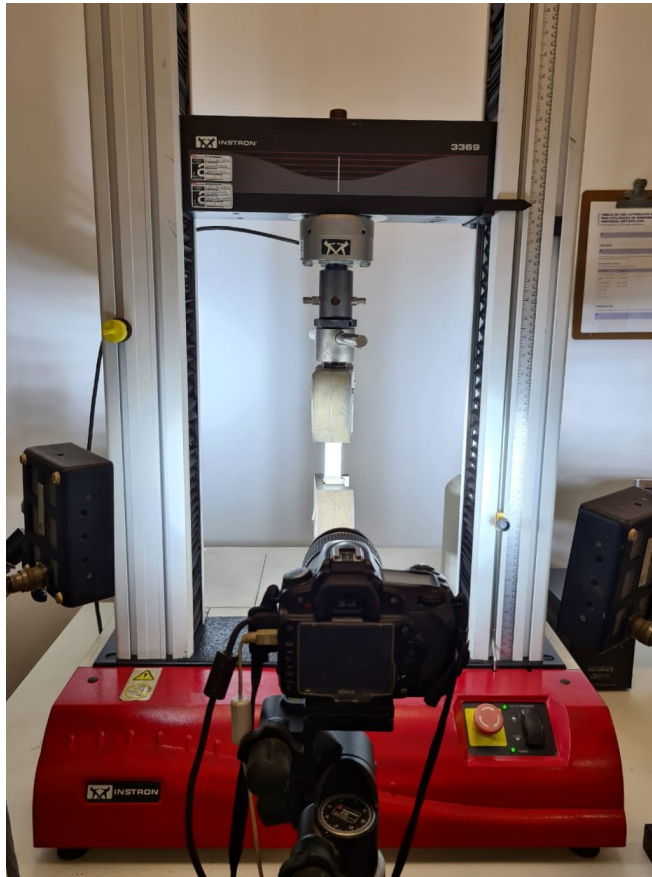


Figura 6: Setup do teste com máquina universal de ensaio Instron, câmera, luzes de LED e corpo de teste.

O teste com material elástico foi realizado tracionando o corpo de teste a uma velocidade constante de 5mm/min, e uma foto foi tirada a cada 3 segundos. Já os teste com alumínio foram realizados com duas velocidades diferentes, o primeiro a 2,5mm/min e o segundo a 0,8mm/min. As fotos foram processadas utilizando o Ncorr definindo inicialmente a Região de Interesse (ROI) e a malha a ser utilizada na análise. A ROI tem por objetivo restringir a porção da imagem

na qual se tem interesse de obter o campo de deslocamentos. Após definida a Região de Interesse, foi definida uma malha sobre a qual serão calculados os coeficientes de correlação. A imagem a baixo mostra o resultado após esse processo, onde o retângulo em cinza claro representa a ROI e os pontos em verde são as sementes da malha aplicada. As sementes demarcam as sub-regiões onde o software irá paralelizar o cálculo do algoritmo, sendo que nesse caso foi utilizado uma paralelização em 2 núcleos de processamento. De modo a extrair os melhores resultados, tanto quantitativos quanto de eficiência computacional, as sementes foram posicionadas visando repartir a ROI em áreas iguais.

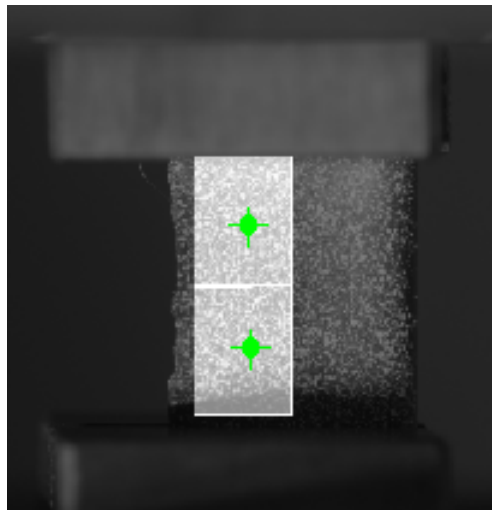


Figura 7: Região de Interesse delimitada pela área clara. Pontos verdes são as sementes.

## 4.2 Teste de Compressão

Os testes de compressão foram realizados com os mesmo conjunto de equipamentos que o teste de tração, com a única diferença sendo a alteração da garra (utilizada em testes de tração), para ferramenta adequada ao teste de compressão. Os tubos de alumínio foram submetidos à compressão com velocidade constante de 2,5mm/min, até a formação de 2 dobras no tubo. Inicialmente, o primeiro tubo tinha 63,66mm de comprimento, e o segundo 63,90mm ambos com diâmetro externo de 19,5mm.

Para determinar o deslocamento imposto ao tubo através do DIC, foi fixado um adesivo com um padrão de speckle de forma a fornecer um conjunto de pontos com suficiente variação de contraste para se aplicar o algoritmo de correlação. A justificativa e explicação detalhada desse procedimento, se encontram abaixo na seção sobre o teste de impacto.

Os deslocamentos obtidos com o DIC serão comparados com o sensor da máquina Instron, de forma a validar a acurácia dos dados obtidos. Adicionalmente, os dados do sensor de força da máquina universal de testes, serão utilizados para geração de gráficos de força pelo deslocamento, permitindo assim a determinação da energia absorvida pelos tubos durante os ensaios.

### 4.3 Teste de Impacto

Para o teste de impacto, dois tubos de alumínio de seção circular foram submetidos ao impacto de uma massa de 24,4Kg, ambos a uma velocidade de 2.6m/s. Os tubos possuíam comprimento inicial de 63,73mm e 66,6mm, diâmetro externo de 19,5mm e espessura de 0,9mm. Para realizar os impactos, foi utilizada uma torre de impacto na qual a massa é presa à duas guias e solta de uma certa altura. Os testes foram filmados com a filmadora de alta velocidade Fastcam SA-5 Photron, a 20000 frames por segundo. A velocidade da massa foi aferida com um sensor a laser Polytec OFV-323 baseado em efeito Doppler. Foi utilizado também uma célula de carga para aquisição da força imposta aos tubos.



Figura 8: Tubo antes e depois do ensaio.

As imagens obtidas no teste foram submetidas ao software Tracker, que utiliza a Correlação Digital de Imagens para traçar a trajetória de um ponto de interesse, nesse caso a massa de impacto. Para viabilizar a análise pelo software, um adesivo contendo um padrão de speckle foi preso à massa. A partir da trajetória gerada, é possível extrair a posição do ponto marcado pelo adesivo durante todo o impacto. Como o interesse é em obter o deslocamento do tubo

durante o ensaio, considera-se pela Eq.9 do Apêndice A, que o tensor gradiente de deformação é nulo, de forma que a função de mapeamento resultante indique apenas a translação no corpo de interesse, ou seja, o deslocamento da extremidade superior do tubo.

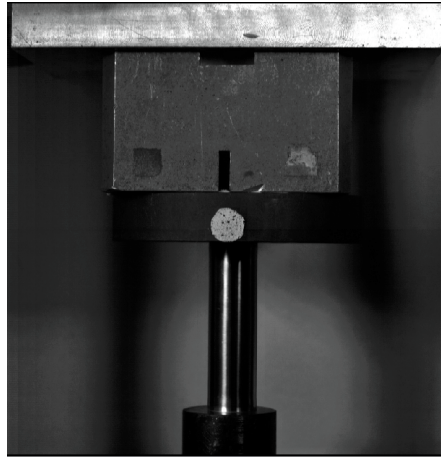


Figura 9: Instante inicial do impacto no tubo. Adesivo com padrão speckle na massa de impacto.

Dentro do padrão de speckle, é selecionado um ponto de interesse que será utilizado pelo software para determinar o deslocamento da massa. A partir das posições obtidas pelas imagens será obtida a aceleração da massa durante o teste. Uma vez que a massa é conhecida, é possível determinar a força que o tubo foi submetido, e assim, determinar a energia absorvida durante o impacto.

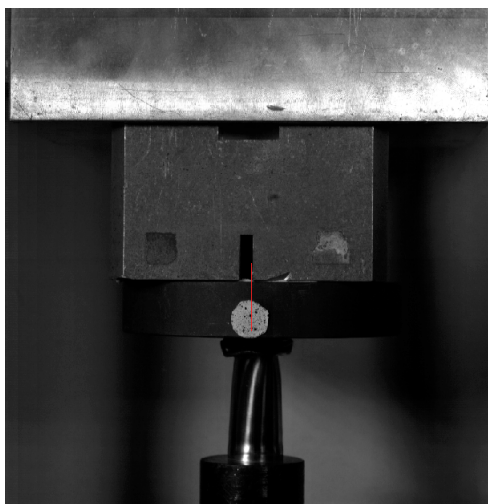


Figura 10: Instante final do impacto. Linha vermelha representa a trajetória do ponto de interesse durante o ensaio.

## 5 Resultados

### 5.1 Teste de Tração

O teste de tração com material elástico foi executado por 243 segundos, ou seja, aproximadamente 4 minutos, sendo que foram tiradas 82 fotos. Como mencionado anteriormente, o teste foi conduzido com uma velocidade de 5mm/min, de modo que o deslocamento total esperado ao término do teste é de 20,5mm.

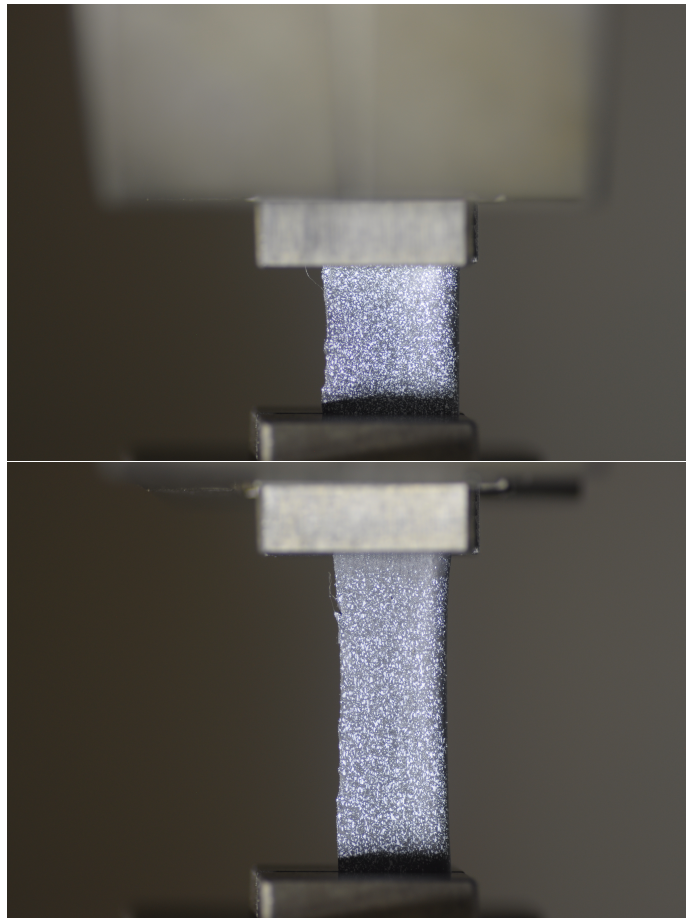


Figura 11: Instante inicial e final do ensaio com material elástico.

Após o processamento das imagens, o campo de deslocamentos ao longo do corpo de provas foi obtido. Como indicado na figura abaixo, o referencial

adotado pelo algoritmo considera valores positivos para baixo, no eixo vertical. Dessa forma, os valores negativos do campo de deslocamentos resultante, mostram que os deslocamentos no corpo de provas foram para cima, condizente com a tração do corpo de provas. O campo de deslocamentos mostra no instante inicial, o deslocamento total sofrido pelos pontos da ROI.

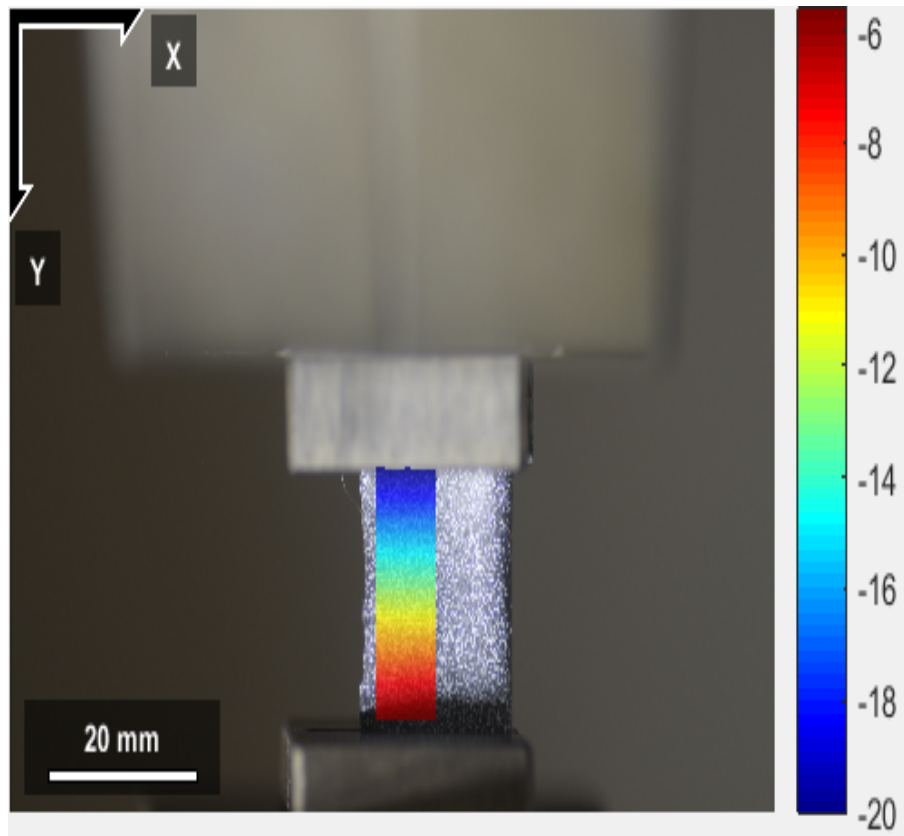


Figura 12: Campo de deslocamentos no eixo vertical obtido no instante final do ensaio com material elástico.

Na máquina de testes da Instron a garra inferior é fixa, sendo que somente a garra superior se move. Assim, o ponto de deslocamento máximo (em módulo) do corpo de provas se dá próximo à garra superior, como observado no campo de deslocamentos obtido. Os campos de deslocamentos nos instantes intermediários também foram calculados, e os valores de deslocamento máximo em

cada instante foram comparados com os dados gerados pela máquina Instron.

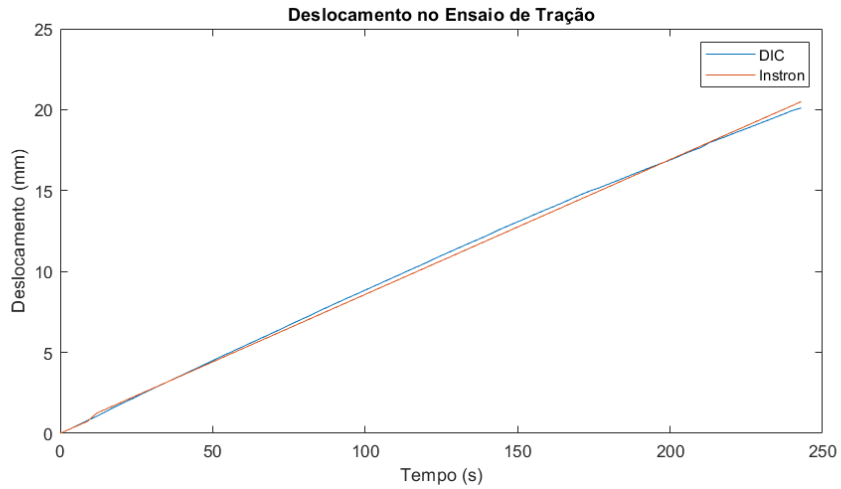


Figura 13: Deslocamento ao longo do ensaio de tração com material elástico. Linha azul sendo os valores obtidos pelo algoritmo de DIC e linha laranja representando o real deslocamento imposto pela máquina de ensaios.

O erro percentual médio entre o deslocamento obtido pela Correlação Digital de Imagens e o deslocamento efetivo da máquina foi de 0,95%.

O mesmo procedimento foi realizado nos testes de tração com alumínio, sendo os deslocamentos obtidos representados pelos gráficos abaixo. O erro percentual médio obtido no teste a 2,5mm/min foi de 0,59%, enquanto no teste a 0,8mm/min foi de 0,88%.

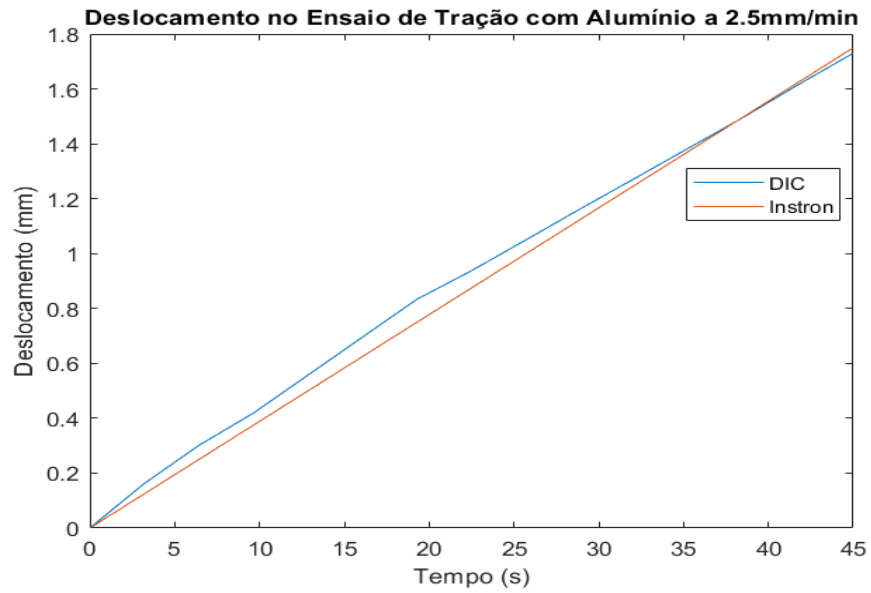


Figura 14: Deslocamento ao longo do ensaio de tração com alumínio a 2.5mm/min.

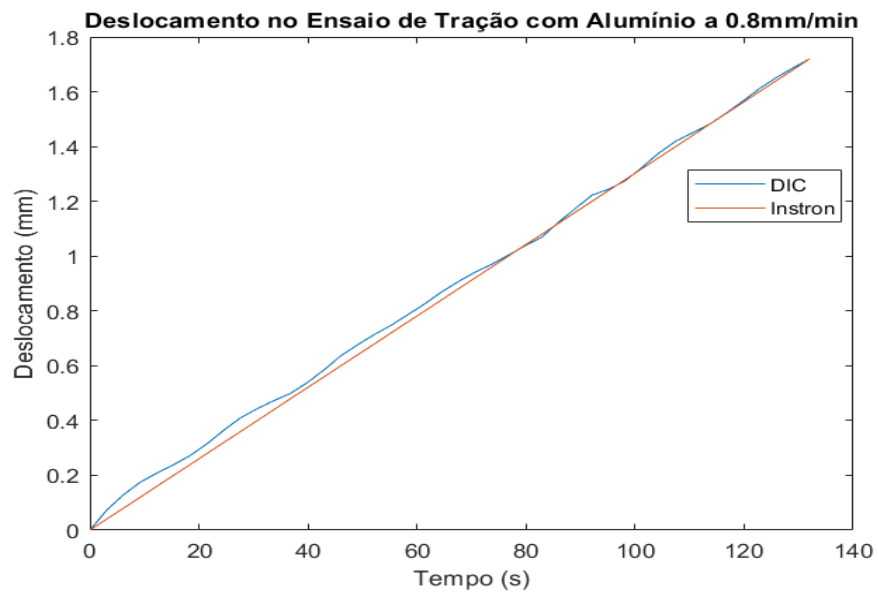


Figura 15: Deslocamento ao longo do ensaio de tração com alumínio a 0.8mm/min.

A partir do deslocamento obtido anteriormente, foi calculado a deformação do corpo de prova, e a partir da força exercida pela máquina de testes, foi calculada a tensão. Dessa forma, é possível obter as propriedades mecânicas da liga de alumínio pelo gráfico tensão-deformação representado abaixo. Da análise do gráfico, concluí-se que a tensão de escoamento do material é de aproximadamente 140MPa, enquanto o limite de resistência é de 185MPa e a tensão de ruptura 30MPa. Por fim, calcula-se o módulo de elasticidade do material, que no caso é de aproximadamente 73,8GPa.

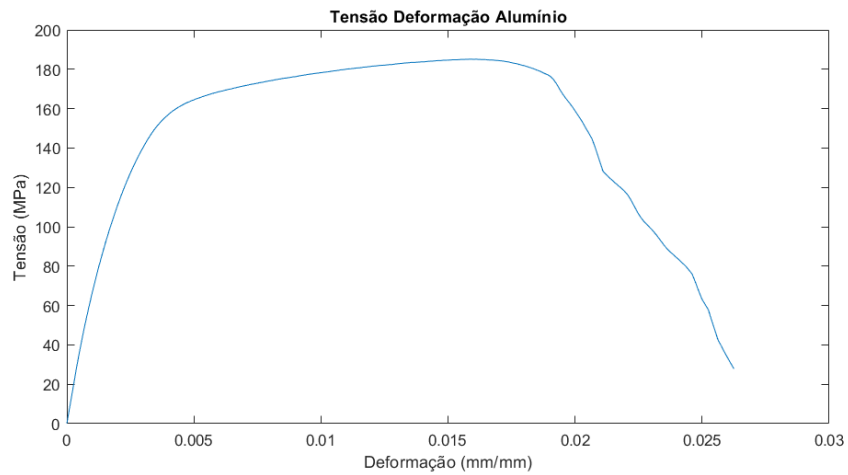


Figura 16: Deslocamento ao longo do ensaio de tração com alumínio a 2.5mm/min.

## 5.2 Teste de Compressão

Os testes de compressão foram conduzidos até a formação de duas dobras nos tubos, como indicado anteriormente, o que resultou numa duração de aproximadamente 260 segundos. Os deslocamentos obtidos com o DIC, foram comparados com os deslocamentos reais impostos aos tubos em ambos os testes, sendo os resultados apresentados abaixo. O erro percentual médio entre as curvas foi de 0,65% no primeiro teste, e 1,52% no segundo teste.

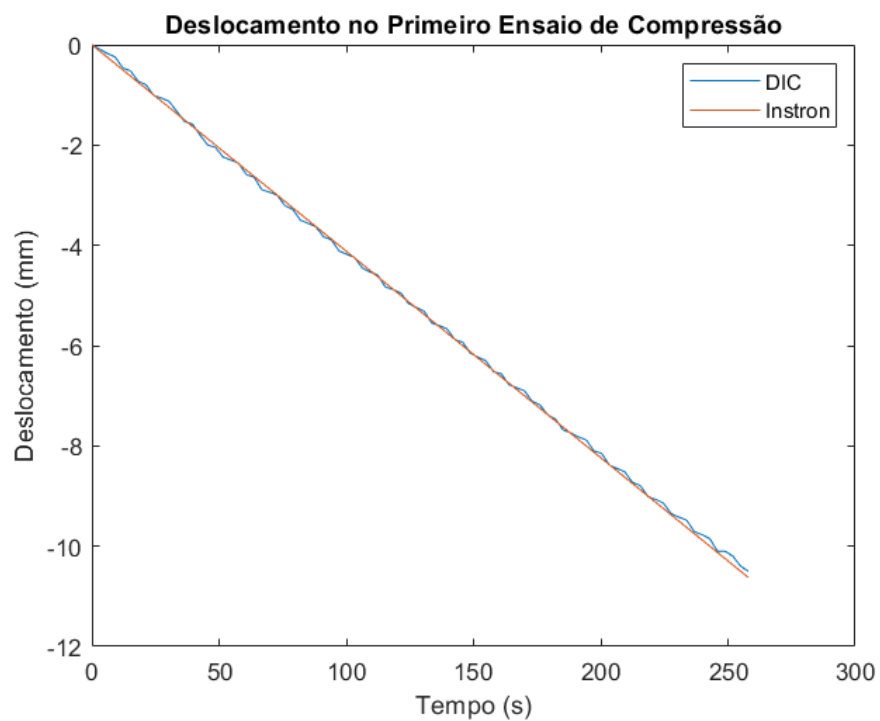


Figura 17: Deslocamento ao longo do primeiro ensaio de compressão no tubo de alumínio.

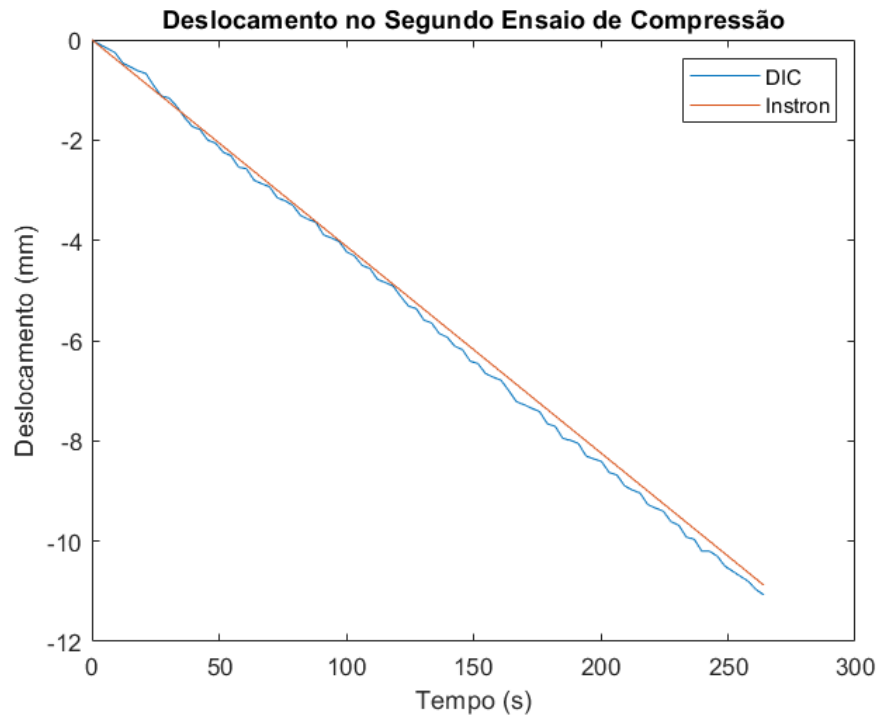


Figura 18: Deslocamento ao longo do segundo ensaio de compressão no tubo de alumínio.

Posteriormente, os deslocamentos obtidos foram utilizados para construção dos gráficos de força pelo deslocamento. Com isso, a integral da curva permite que a energia absorvida pelos tubos seja calculada. No primeiro ensaio, a energia absorvida foi de 2,82kJ, enquanto no segundo ensaio foi de 2,48kJ.

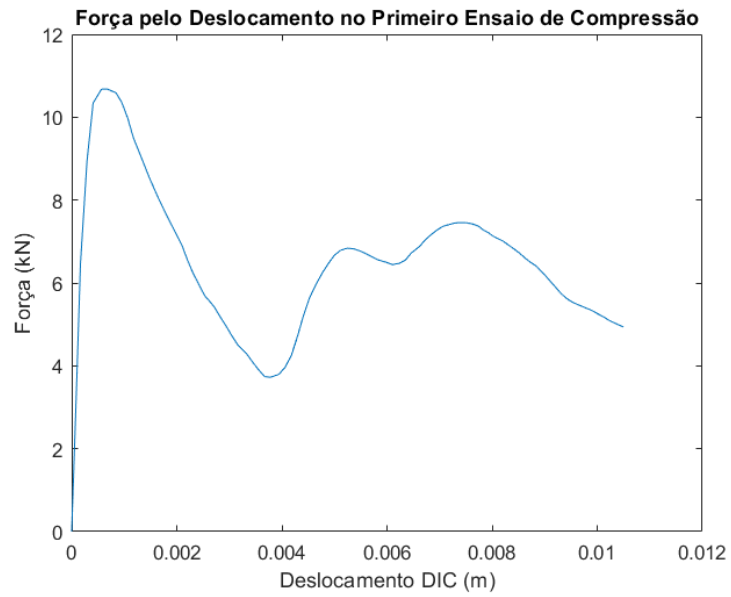


Figura 19: Força pelo deslocamento ao longo do primeiro ensaio de compressão no tubo de alumínio.

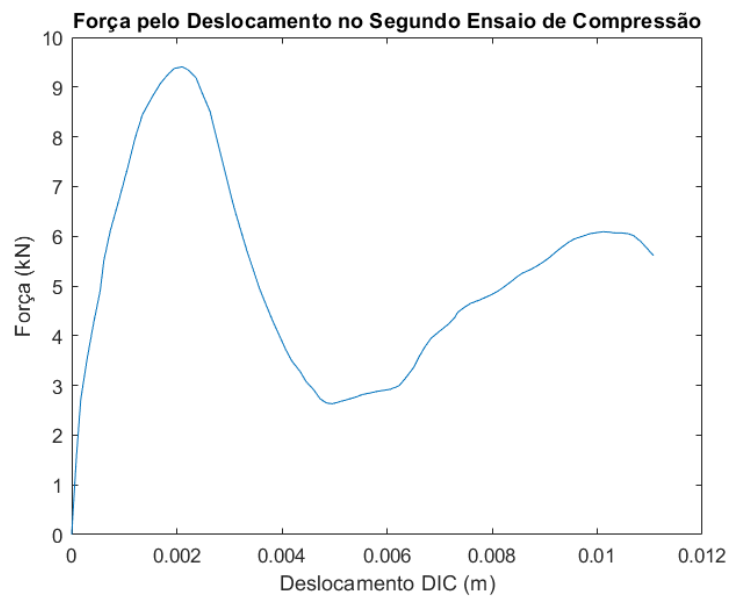


Figura 20: Força pelo deslocamento ao longo do segundo ensaio de compressão no tubo de alumínio.

### 5.3 Teste de Impacto

Os impactos duraram aproximadamente 9 e 15 milissegundos cada, que representam, respectivamente, 189 e 287 frames do vídeo. Os vídeos foram submetidos ao software Tracker, que após a análise, forneceu a posição da massa ao longo dos testes. O deslocamento também foi obtido através do sensor a laser, integrando a velocidade em relação ao tempo. O gráfico abaixo representa o resultado da comparação do deslocamentos resultantes das duas técnicas.

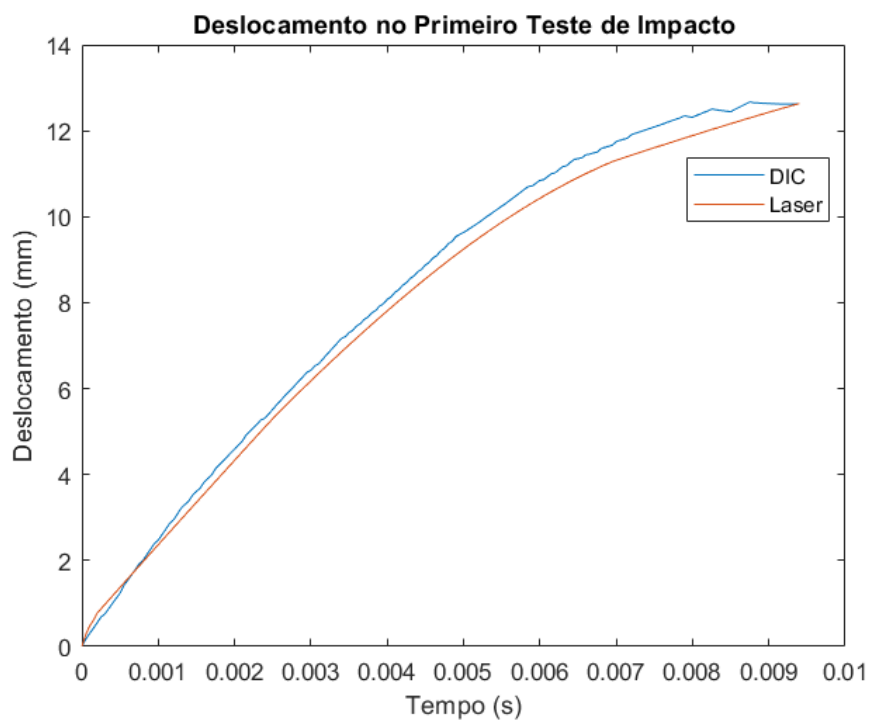


Figura 21: Deslocamento da massa ao longo do impacto no primeiro tubo. Linha azul representa o resultado obtido pelo algoritmo de DIC e linha laranja representa o deslocamento obtido através do sensor a laser.

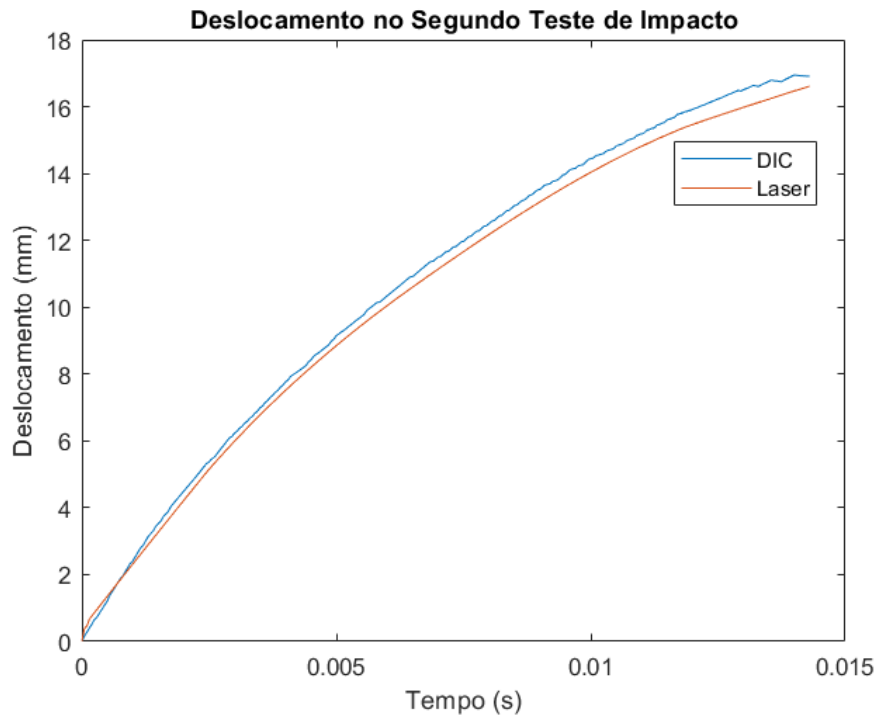


Figura 22: Deslocamento da massa ao longo do impacto no segundo tubo.

Com o deslocamento obtido pelo DIC, derivando duas vezes com respeito ao tempo, foi obtida a aceleração imposta à massa pelo tubo. Para obter a força de amassamento do tubo, a aceleração foi multiplicada pela massa. Para análise, apesar da aceleração ser negativa por se tratar de uma desaceleração da massa durante o impacto, foi considerado o módulo da aceleração uma vez que a força foi absorvida pelo tubo e, portanto, tem sinal positivo. O sinal da célula de carga foi utilizado para comparação das duas técnicas. O gráfico abaixo mostra as duas forças em função do deslocamento, obtido anteriormente com DIC, sofrido pelo tubo.

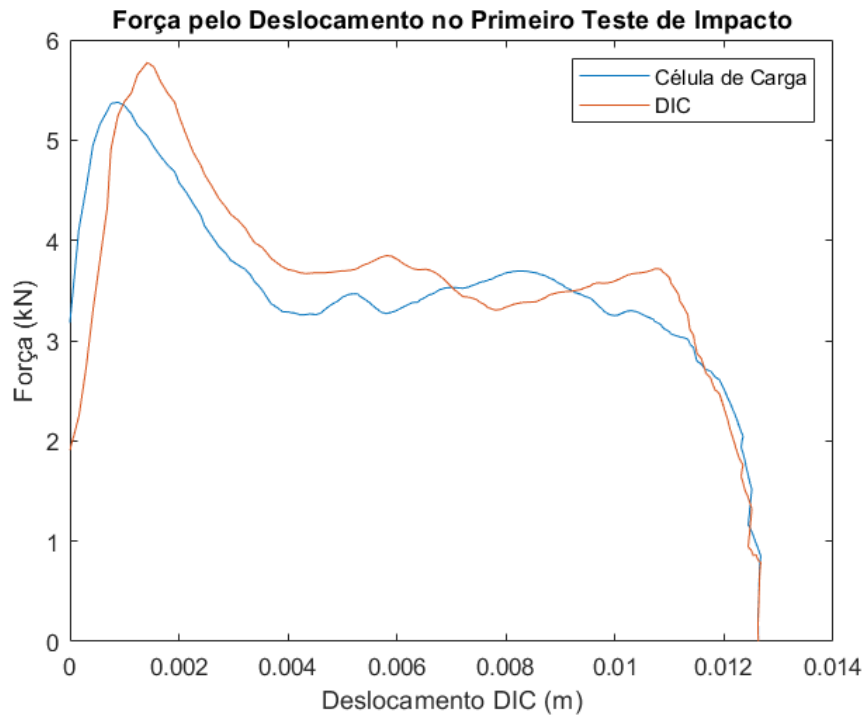


Figura 23: Força absorvida pelo primeiro tubo em função do deslocamento. Linha azul representa o resultado obtido pelo algoritmo de DIC e linha laranja representa a força obtida através da célula de carga.

Por fim, a energia total absorvida pelo tubo durante o impacto foi obtida integrando a força com respeito ao deslocamento. Ou seja, a energia total absorvida é dada pela área embaixo da curva da força obtida através da DIC no gráfico acima. Similarmente, foi calculada a energia total absorvida considerando a força obtida pela célula de carga, e os deslocamentos obtidos pelo sensor laser. Dessa forma, é possível comparar o resultado obtido pela DIC com o resultado obtido pelos sensores tradicionais. Ambos os valores de energia, bem como a diferença percentual entre as técnicas, estão representados na tabela abaixo.

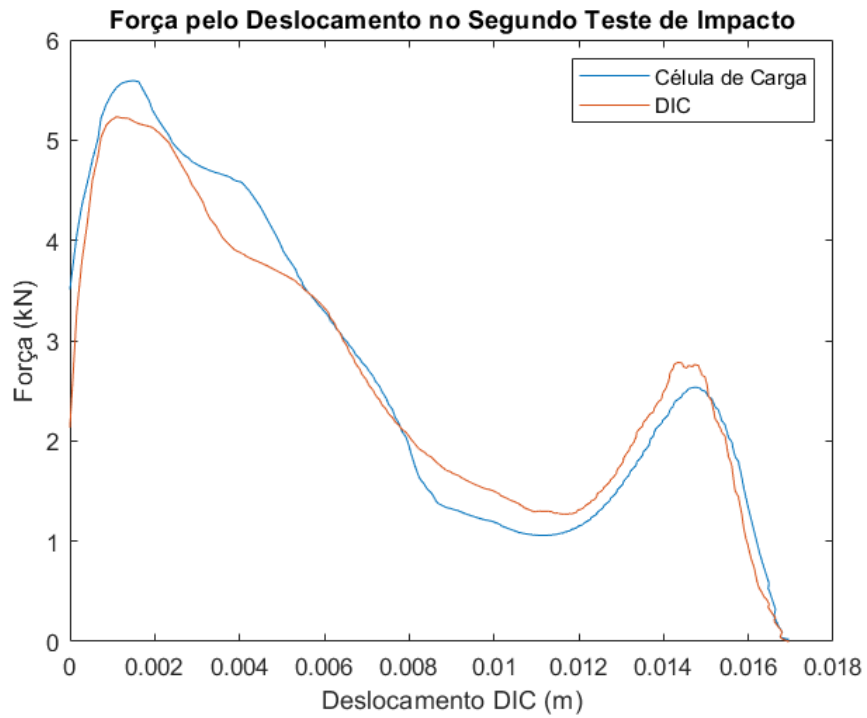


Figura 24: Força absorvida pelo segundo tubo em função do deslocamento.

Energia Total Absorvida (kJ)			
	DIC	Sensores	Erro Percentual
1	4,19	4,12	1,7%
2	5,12	4,99	2,6%

Tabela 1: Energia total absorvida pelo tubo durante o impacto, e erro entre as técnicas. Primeira linha referente ao primeiro impacto, e segunda linha referente ao segundo impacto.

## 6 Discussão

A Correlação Digital de Imagens foi muito beneficiada com o avanço na tecnologia de câmeras e filmadoras e do poder de processamento dos computadores modernos, o que permite que análises em tempo real sejam realizadas com alta precisão. Diversos estudos nessa área têm sido publicados recentemente na área. Mata-Falcón et al. (2020) comparou resultados obtidos através do DIC e sensores de fibra óptica em estruturas de concreto, em especial no estudo de trincas e juntas. Chen et al. (2020) propôs uma configuração com um conjunto de espelhos e duas câmeras para a obtenção de imagens panorâmicas para o estudo de deformações da pele em partes do corpo humano. Tal configuração foi identificada como uma alternativa mais simples aos sistemas multi-câmeras para realização do 3D DIC, uma vez que consegue efeitos similares com apenas duas câmeras.

Readioff et al. (2020) utilizou a Correlação Digital de Imagens 3D para determinação das propriedades mecânicas do ligamento cruzado anterior de um cachorro. Os dados obtidos a partir do 3D DIC foram utilizados para a definição de modelos em elementos finitos do ligamento estudado. Em muitos estudos, o DIC é utilizado em conjunto com modelos de elementos finitos. Ambas as técnicas calculam os campos de deformação em cima de uma malha, sendo que a precisão da análise é intimamente ligada ao refinamento da malha, sendo que quanto mais nós forem utilizados na malha mais preciso tende a ser o resultado final.

O cálculo do campo de deslocamentos pelo DIC se dá pelo algoritmo de correlação, que tem como objetivo determinar na configuração deformada, a posição final do subset escolhido. Particularmente, os algoritmos normalizados de correlação são utilizados para mitigar o impacto da variação de luminosidade sobre o corpo de teste durante o ensaio (Apêndice D). Outro ponto fundamental do DIC, é o interpolador que é responsável por transformar o campo de deslocamentos discreto resultante do algoritmo de correlação em contínuo, aumentando a precisão do resultado (Apêndice E). Dentre os inúmeros interpoladores

possíveis, os mais utilizados são os splines e os polinômios de terceira ordem ou maiores.

Durante a execução dos testes, a facilidade de implementação do setup de aquisição das imagens ou do vídeo, foi notório. Os pontos mais críticos foram fornecer uma iluminação adequada para o corpo de estudo e focar as câmeras adequadamente, sendo que em todos os testes esses procedimentos foram realizados sem dificuldades. No entanto, os demais sensores utilizados nos experimentos demandaram um maior esforço para configurar, especialmente no teste de impacto. Nos testes de tração e de compressão foi necessário calibrar a leitura da máquina de ensaios para garantir a consistência dos resultados. Já no teste de impacto, preparar o sensor a laser de modo a garantir uma boa leitura demandou um esforço significativo, uma vez que é necessário focar o laser para mitigar os ruídos na leitura. Contudo, mesmo assim foi necessário repetir o ensaio algumas vezes para que o impacto fosse capturado no sinal gerado pelo sensor.

Os testes de tração demonstraram que a técnica de Correlação Digital de Imagens possui uma alta precisão para capturar deslocamentos, uma vez que o resultado obtido foi muito próximo aos reais deslocamentos impostos aos corpos de testes, como evidenciado pelas Figuras 13 - 15. Os resultados obtidos pelo DIC, dentre os três testes, tiveram, na média, erro percentual de 0,80%. Dessa forma, apesar dos testes terem sido realizados tanto com um material elástico, o que resultou em grandes deformações, quanto com o alumínio, que resultou em pequenas deformações, o erro obtido foi pequeno. Além disso, os dados dos testes de tração com o corpo de provas de alumínio permitiram gerar a curva tensão pela deformação, e obter as propriedades mecânicas do material.

Similarmente, nos testes de compressão o DIC também mostrou ser capaz de determinar os deslocamentos com alta precisão, como mostrado nas Figuras 17 - 18. Na média, o erro percentual entre os dois testes foi de 1,08%. Os testes foram executados de forma a permitir que grandes deformações ocorressem nos tubos, de forma que o baixo erro percentual obtido, mostra que a técnica possui alto desempenho de pequenas à grandes deformações.

Nos testes de impacto, os deslocamentos obtido com DIC foram muito próximos aos reais, obtidos através do sensor laser, como observado nas Figuras 21 - 22. Assim, a técnica de DIC também resultou em um resultado preciso, mesmo quando o deslocamento é imposto com velocidades maiores. Quanto à força obtida, como evidenciado pelas Figuras 23 - 24 o resultado obtido, quando comparado ao sinal gerado pela célula de carga, foi menos preciso quanto aos deslocamentos. No entanto, o perfil das duas curvas de força obtidas são condizentes. Possivelmente, a principal causa da força obtida pela Correlação Digital de Imagens ter tido um erro maior foi que ela é calculada a partir da segunda derivada do deslocamento. Desse modo, erros pequenos obtidos no deslocamento são potencializados. Apesar disso, a energia total absorvida obtida pelas duas técnicas teve, erro percentual de 1,7% no primeiro teste e de 2,6% no segundo, como evidenciado na Tabela1, o que demonstra uma variação pequena entre as técnicas. Dessa forma, o trabalho demonstrou a efetiva utilização do DIC também em ensaios dinâmicos, onde as velocidades de deformação são altas, atingindo uma precisão elevada.

## 7 Conclusão

A análise dos resultados dos ensaios realizados, permite concluir que a Correlação Digital de Imagens fornece resultados equivalentes aos sensores tradicionais usualmente utilizados. No entanto, a técnica de DIC se mostra mais acessível para ser executada, uma vez que não requer a utilização de aparelhos específicos para medição de forças ou deslocamentos, além da câmera, o que proporciona uma implementação mais rápida e menos complicada.

Os deslocamentos, bem como a energia absorvida no teste de impacto, obtidos pelo DIC tiveram erros pequenos, quando comparados com os valores obtidos pelos sensores tradicionais. Apesar de em alguns instantes do impacto, pontualmente a força obtida através do vídeo apresentar erros maiores, o perfil do gráfico da força versus o deslocamento obtido é condizente com o obtido pela célula de carga. Os diversos ensaios realizados mostraram que o DIC é uma escolha viável para diferentes tipos de teste, com diferentes velocidades de deformação e diferentes materiais. Outro ponto que ficou evidente no decorrer do trabalho é de que a técnica de DIC possui uma alta repetibilidade, uma vez que os testes que foram realizados mais de uma vez, forneceram resultados muito próximos um do outro.

Tendo em vista os pontos mencionados, o emprego da Correlação Digital de Imagens pode produzir resultados próximos aos obtidos com outros sensores com a mesma confiança, porém com uma maior praticidade e versatilidade.

## Referências

- Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A.-S., Grédiac, M., Hild, F., Ienny, P., Latourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco, E. et al. (2008), ‘Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements’, *Experimental Mechanics* **48**(4), 381.
- Bay, B. K. (1995), ‘Texture correlation: a method for the measurement of detailed strain distributions within trabecular bone’, *Journal of Orthopaedic Research* **13**(2), 258–267.
- Belytschko, T. & Black, T. (1999), ‘Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing’, *International journal for numerical methods in engineering* **45**(5), 601–620.
- Bing, P., Hui-min, X., Tao, H. & Asundi, A. (2009), ‘Measurement of coefficient of thermal expansion of films using digital image correlation method’, *Polymer Testing* **28**(1), 75–83.
- Blaber, J., Adair, B. & Antoniou, A. (2015), ‘Ncorr: Open-source 2d digital image correlation matlab software’, *Experimental Mechanics* **55**.
- Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.-C., Fazzini, M., Grédiac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.-J. et al. (2009), ‘Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results’, *Experimental mechanics* **49**(3), 353–370.
- Brannon, R. (2008), ‘Kinematics: The mathematics of deformation’, *Course Notes, ME EN 6530*, 10–10.
- Brown, D. (2009). Acessado em 22/11/2020.  
**URL:** [https://physlets.org/tracker/download/AAPT\\_video\\_modeling\\_2009.pdf](https://physlets.org/tracker/download/AAPT_video_modeling_2009.pdf)
- Bruck, H., McNeill, S., Sutton, M. A. & Peters, W. (1989), ‘Digital image correlation using newton-raphson method of partial differential correction’, *Experimental mechanics* **29**(3), 261–267.

- Chasiotis, I. & Knauss, W. G. (2002), ‘A new microtensile tester for the study of mems materials with the aid of atomic force microscopy’, *Experimental Mechanics* **42**(1), 51–57.
- Chen, B., Genovese, K. & Pan, B. (2020), ‘In vivo panoramic human skin shape and deformation measurement using mirror-assisted multi-view digital image correlation’, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials* **110**, 103936.
- Chen, J., Zhan, N., Zhang, X. & Wang, J. (2015), ‘Improved extended digital image correlation for crack tip deformation measurement’, *Optics and Lasers in Engineering* **65**, 103–109.
- Chen, X., Yang, L., Xu, N., Xie, X., Sia, B. & Xu, R. (2014), ‘Cluster approach based multi-camera digital image correlation: Methodology and its application in large area high temperature measurement’, *Optics & Laser Technology* **57**, 318–326.
- Christian, W. (2003), ‘About osp’. Acessado em 22/11/2020.  
**URL:** <https://www.compadre.org/osp/webdocs/about.cfm>
- Chu, T., Ranson, W. & Sutton, M. A. (1985), ‘Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics’, *Experimental mechanics* **25**(3), 232–244.
- Debella-Gilo, M. & Kääh, A. (2011), ‘Sub-pixel precision image matching for measuring surface displacements on mass movements using normalized cross-correlation’, *Remote Sensing of Environment* **115**(1), 130–142.
- Fayolle, X., Calloch, S. & Hild, F. (2007), ‘Controlling testing machines with digital image correlation’.
- Gaudette, G. R., Todaro, J., Krukenkamp, I. B. & Chiang, F.-P. (2001), ‘Computer aided speckle interferometry: a technique for measuring deformation of the surface of the heart’, *Annals of Biomedical Engineering* **29**(9), 775–780.

- Gavish, M. (2010), ‘A personal interview with the singular value decomposition’.  
**URL:** [https://web.stanford.edu/~gavish/documents/SVD\\_answers.pdf](https://web.stanford.edu/~gavish/documents/SVD_answers.pdf)
- Genovese, K., Casaletto, L., Rayas, J., Flores, V. & Martinez, A. (2013), ‘Stereo-digital image correlation (dic) measurements with a single camera using a biprism’, *Optics and Lasers in Engineering* **51**(3), 278–285.
- Giachetti, A. (2000), ‘Matching techniques to compute image motion’, *Image and Vision Computing* **18**(3), 247–260.
- Harilal, R. et al. (2014), ‘Adaptation of open source 2d dic software ncorr for solid mechanics applications’.
- Helm, J. D., McNeill, S. R. & Sutton, M. A. (1996), ‘Improved three-dimensional image correlation for surface displacement measurement’.
- Hild, F. & Roux, S. (2006), ‘Digital image correlation: from displacement measurement to identification of elastic properties—a review’, *Strain* **42**(2), 69–80.
- Jiang, Z., Kemaq, Q., Miao, H., Yang, J. & Tang, L. (2015), ‘Path-independent digital image correlation with high accuracy, speed and robustness’, *Optics and Lasers in Engineering* **65**, 93–102.
- Keys, R. (1981), ‘Cubic convolution interpolation for digital image processing’, *IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing* **29**(6), 1153–1160.
- Le Flohic, J., Parpoil, V., Bouissou, S., Poncelet, M. & Leclerc, H. (2014), ‘A 3d displacement control by digital image correlation for the multiaxial testing of materials with a stewart platform’, *Experimental Mechanics* **54**(5), 817–828.
- Lecompte, D., Smits, A., Bossuyt, S., Sol, H., Vantomme, J., Van Hemelrijck, D. & Habraken, A. (2006), ‘Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation’, *Optics and lasers in Engineering* **44**(11), 1132–1145.

- Lu, H. & Cary, P. (2000), ‘Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient’, *Experimental mechanics* **40**(4), 393–400.
- Malesa, M., Malowany, K., Pawlicki, J., Kujawinska, M., Skrzypczak, P., Piekarczyk, A., Lusa, T. & Zagorski, A. (2016), ‘Non-destructive testing of industrial structures with the use of multi-camera digital image correlation method’, *Engineering Failure Analysis* **69**, 122–134.
- Malesa, M., Malowany, K., Tomczak, U., Siwek, B., Kujawińska, M. & Siemińska-Lewandowska, A. (2013), ‘Application of 3d digital image correlation in maintenance and process control in industry’, *Computers in Industry* **64**(9), 1301–1315.
- Mata-Falcón, J., Haefliger, S., Lee, M., Galkovski, T. & Gehri, N. (2020), ‘Combined application of distributed fibre optical and digital image correlation measurements to structural concrete experiments’, *Engineering Structures* **225**, 111309.
- Orteu, J.-J. (2009), ‘3-d computer vision in experimental mechanics’, *Optics and lasers in engineering* **47**(3-4), 282–291.
- Orteu, J.-J., Bugarin, F., Harvent, J., Robert, L. & Velay, V. (2011), ‘Multiple-camera instrumentation of a single point incremental forming process pilot for shape and 3d displacement measurements: methodology and results’, *Experimental mechanics* **51**(4), 625–639.
- Pan, B., Qian, K., Xie, H. & Asundi, A. (2009), ‘Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review’, *Measurement Science and Technology* **20**(6), 062001.
- Pan, B., Xie, H., Wang, Z., Qian, K. & Wang, Z. (2008), ‘Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns’, *Opt. Express* **16**(10), 7037–7048.
- URL:** <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-16-10-7037>

- Peters, W. & Ranson, W. (1982), ‘Digital imaging techniques in experimental stress analysis’, *Optical engineering* **21**(3), 213427.
- Readioff, R., Geraghty, B., Comerford, E. & Elsheikh, A. (2020), ‘A full-field 3d digital image correlation and modelling technique to characterise anterior cruciate ligament mechanics ex vivo’, *Acta Biomaterialia* **113**, 417–428.
- Réthoré, J., Hild, F. & Roux, S. (2008), ‘Extended digital image correlation with crack shape optimization’, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **73**(2), 248–272.
- Savic, V., Hector Jr, L. & Fekete, J. (2010), ‘Digital image correlation study of plastic deformation and fracture in fully martensitic steels’, *Experimental Mechanics* **50**(1), 99–110.
- Schreier, H. W., Braasch, J. R. & Sutton, M. A. (2000), ‘Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation’, *Optical engineering* **39**.
- Schreier, H. W. & Sutton, M. A. (2002), ‘Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions’, *Experimental Mechanics* **42**(3), 303–310.
- Shao, X., Dai, X., Chen, Z. & He, X. (2016), ‘Real-time 3d digital image correlation method and its application in human pulse monitoring’, *Applied optics* **55**(4), 696–704.
- Sj  dahl, M. & Benckert, L. (1993), ‘Electronic speckle photography: analysis of an algorithm giving the displacement with subpixel accuracy’, *Applied Optics* **32**(13), 2278–2284.
- Sutton, M., Mingqi, C., Peters, W., Chao, Y. & McNeill, S. (1986), ‘Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis’, *Image and Vision Computing* **4**(3), 143–150.

- Tao, G. & Xia, Z. (2005), ‘A non-contact real-time strain measurement and control system for multiaxial cyclic/fatigue tests of polymer materials by digital image correlation method’, *Polymer testing* **24**(7), 844–855.
- Travelletti, J., Delacourt, C., Allemand, P., Malet, J.-P., Schmittbuhl, J., Toussaint, R. & Bastard, M. (2012), ‘Correlation of multi-temporal ground-based optical images for landslide monitoring: Application, potential and limitations’, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* **70**, 39–55.  
**URL:** <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924271612000615>
- Van Mieghem, B., Lava, P., Debruyne, D., Van Bael, A. & Ivens, J. (2013), Digital image correlation for on-line wall thickness measurements in thick gauge thermoforming, in ‘Key Engineering Materials’, Vol. 554, Trans Tech Publ, pp. 1583–1591.
- Wang, Y., Lava, P., Coppieters, S., Houtte, P. & Debruyne, D. (2013), ‘Application of a multi-camera stereo dic set-up to assess strain fields in an erichsen test: methodology and validation’, *Strain* **49**(2), 190–198.
- Wang, Z., Kieu, H., Nguyen, H. & Le, M. (2015), ‘Digital image correlation in experimental mechanics and image registration in computer vision: Similarities, differences and complements’, *Optics and Lasers in Engineering* **65**, 18–27.
- Watanabe, T. (1997), ‘Image coding making use of b-spline surfaces’, *IEEE transactions on circuits and systems for video technology* **7**(2), 409–413.
- Wilson, J. N. & Ritter, G. X. (2000), *Handbook of computer vision algorithms in image algebra*, CRC press.
- Wu, R., Kong, C., Li, K. & Zhang, D. (2016), ‘Real-time digital image correlation for dynamic strain measurement’, *Experimental Mechanics* **56**(5), 833–843.

Yoneyama, S., Kitagawa, A., Iwata, S., Tani, K. & Kikuta, H. (2007), 'Bridge deflection measurement using digital image correlation', *Experimental Techniques* **31**(1), 34–40.

**URL:** <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1747-1567.2006.00132.x>

Zhou, P. & Goodson, K. E. (2001), 'Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation', *Optical Engineering* **40**(8), 1613 – 1620.

**URL:** <https://doi.org/10.1117/1.1387992>

Zhu, R., Xie, H., Hu, Z., Jiang, L., Guo, B. & Li, C. (2015), 'Performances of different subset shapes and control points in subset-based digital image correlation and their applications in boundary deformation measurement', *Applied optics* **54**(6), 1290–1301.

## Apêndices

### A Tensor do Gradiente de Deformação

Assumindo  $\underline{X}$  o vetor posição de um ponto do corpo sem deformação e  $\underline{x}$  o vetor posição de um ponto do corpo sob deformação, é possível identificar univocamente todos os pontos do corpo através do vetor de posição, tanto no estado inicial quanto final, considerando que a deformação imposta não provocou fraturas. O deslocamento é definido como a diferença entre a posição final e inicial de um ponto, de forma que:

$$\underline{u} = \underline{x} - \underline{X} \quad (1)$$

É possível relacionar o vetor de posição final em função do vetor de posição inicial através de uma função de mapeamento tal que:

$$\underline{x} = \chi(\underline{X}) \quad (2)$$

Dessa forma, tomando uma parte infinitesimal  $d\underline{X}$  do material, sob esforços, essa se deforma para  $d\underline{x}$  seguindo a relação:

$$d\underline{x} = \underline{\underline{F}} \bullet d\underline{X} \quad (3)$$

onde  $\underline{\underline{F}}$  representa o tensor gradiente de deformações, e  $\bullet$  indica a multiplicação de duas matrizes. Em coordenadas cartesianas, as componentes do tensor são dadas por:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (4)$$

A forma dos diferenciais de um corpo é dada em função da dimensão do espaço considerado na deformação. No caso de deformação plana, os diferenciais são quadriláteros, enquanto que em deformações no espaço tridimensional os diferenciais são paralelepípedos. Em ambos os casos, é possível caracterizar cada elemento a partir de suas arestas concorrentes. Isso implica que a dimensão do

tensor é equivalente à dimensão dos vetores que caracterizam cada elemento, uma vez que cada coluna corresponde à um vetor da base do elemento e cada linha corresponde à uma componente cartesiana. Por exemplo, em deformações planas o tensor correspondente possui dimensão  $2 \times 2$ , pois cada quadrilátero é caracterizado por dois vetores e cada vetor no plano possui duas componentes cartesianas.

Para deformações homogêneas, o tensor  $\underline{\underline{F}}$  possui o mesmo valor em qualquer parte do corpo. Isso significa que, conhecendo o gradiente de deformação, é possível determinar a deformação em qualquer fibra do material. Sendo  $\underline{\underline{M}}$  uma fibra do material na condição inicial, determina-se a condição dessa mesma fibra após a deformação,  $\underline{\underline{m}}$ , como sendo:

$$\underline{\underline{m}} = \underline{\underline{F}} \bullet \underline{\underline{M}} \quad (5)$$

e o alongamento da fibra é definido:

$$\lambda = \frac{\|\underline{\underline{m}}\|}{\|\underline{\underline{M}}\|} \quad (6)$$

A figura abaixo exemplifica um caso de deformação plana, onde a configuração da esquerda representa o corpo no seu estado inicial, e na direita sua configuração final, sendo  $\underline{\underline{E}}_1$  e  $\underline{\underline{E}}_2$  vetores unitários da base.

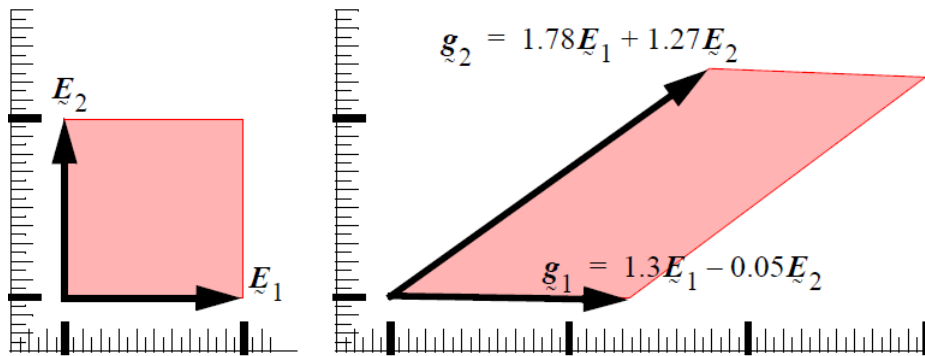


Figura 25: Exemplo de uma deformação plana.  
Adaptado de: (Brannon 2008)

No caso a cima, o tensor gradiente de deformações é dado por:

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} 1.3 & 1.78 \\ -0.05 & 1.27 \end{bmatrix} \quad (7)$$

e os alongamentos das fibras por:

$$\lambda_1 = \frac{\|g_1\|}{\|E_1\|} = 1.3 \quad \lambda_2 = \frac{\|g_2\|}{\|E_2\|} = 2.18 \quad (8)$$

Por representar o comportamento de um corpo sob deformação, ao tensor gradiente de deformação são impostas restrições para garantir que o material tenha deformações fisicamente admissíveis. As restrições são:

- O determinante de  $\underline{\underline{F}}$  deve ser positivo;
- A função de mapeamento Eq.2 deve ser inversível;
- O tensor  $\underline{\underline{F}}$  deve ser integrável;

A primeira restrição garante a admissibilidade local, ou seja, o sentido dos vetores componentes de cada elemento infinitesimal só se invertem através de rotações, o que impede de um elemento colapsar nele mesmo. A admissibilidade global é garantida pela segunda restrição e impede a interpenetrabilidade do material, uma vez que a função de mapeamento ser inversível implica que um e somente um  $\underline{\underline{X}}$  seja mapeado para cada  $\underline{\underline{x}}$ . Nos casos em que a função de mapeamento não é conhecida, a terceira restrição garante que ela exista mesmo que não seja sendo utilizada. A equação Eq.3 pode ser integrada para obter a função de mapeamento:

$$\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{F}} \bullet \underline{\underline{X}} + \underline{\underline{c}} \quad (9)$$

onde a constante de integração  $\underline{\underline{c}}$  representa a translação da origem do sistema de coordenadas entre as configurações inicial e deformada.

É possível interpretar as deformações como sendo compostas por duas parcelas: rotação e escala. A rotação é um caso de deformação no qual os vetores materiais mudam de orientação, mas permanecem com comprimento constante.

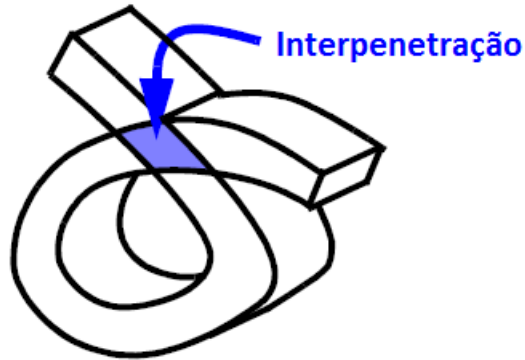


Figura 26: Deformação localmente admissível mas globalmente inadmissível.  
Adaptado de: (Brannon 2008)

Já na escala os vetores materiais permanecem com a orientação constante, porém mudam de comprimento.

Utilizando o Teorema da Decomposição Polar (Gavish 2010), é possível decompor o tensor  $\underline{\underline{F}}$  nas matrizes de rotação e escala. Realizar primeiro a rotação no corpo e depois a escala produz o mesmo resultado de realizar primeiro a escala e depois a rotação. Em ambos os casos, a matriz de rotação  $\underline{\underline{R}}$  será igual, no entanto as matrizes de escala, também chamadas de tensores de Cauchy-Green serão diferentes, sendo que no primeiro caso é utilizada a matriz de escala à esquerda  $\underline{\underline{V}}$ , enquanto no segundo caso é utilizada a matriz de escala à direita  $\underline{\underline{U}}$ . As decomposições, na ordem apresentada acima, são:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{V}} \bullet \underline{\underline{R}} \quad (10)$$

e

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \bullet \underline{\underline{U}} \quad (11)$$

As matrizes de escala e a matriz de rotação são dadas pelas relações (Brannon 2008):

$$\begin{aligned} \underline{\underline{U}} &= (\underline{\underline{F}}^T \bullet \underline{\underline{F}})^{1/2} & \underline{\underline{V}} &= (\underline{\underline{F}} \bullet \underline{\underline{F}}^T)^{1/2} \\ \underline{\underline{R}} &= \underline{\underline{F}} \bullet \underline{\underline{U}}^{-1} & \underline{\underline{R}} &= \underline{\underline{V}}^{-1} \bullet \underline{\underline{F}} \end{aligned} \quad (12)$$

## B Deformação de Engenharia

Enquanto o tensor gradiente de deformações  $\underline{\underline{F}}$  representa a transformação que ocorre em um corpo entre uma configuração inicial  $\underline{\underline{X}}$  e uma configuração final  $\underline{\underline{x}}$ , a deformação de engenharia quantifica a deformação em termos relativos ao deslocamento das partículas do corpo. A deformação de engenharia no caso unidimensional é definida como:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (13)$$

Utilizando o alongamento definido na Eq.6, e convertendo para o caso unidimensional, é possível reescrever a Eq.13 como:

$$\varepsilon = \lambda - 1, \quad \text{com} \quad \lambda = \frac{L}{L_0} \quad (14)$$

As funções de Seth-Hill são definidas como:

$$\varepsilon = \frac{1}{k}[\lambda^k - 1] \quad (15)$$

Onde  $k$  é um parâmetro que caracteriza a deformação. A Eq.14 é obtida utilizando  $k = 1$ . A família de funções de Seth-Hill permite generalizar a deformação, uma vez que para  $\lambda \rightarrow 1$  (ou seja, para deformações pequenas), o valor de  $k$  pouco influencia o resultado da deformação. É possível verificar essa afirmação ao analisar uma série de Taylor da Eq.15, que irá convergir para  $\lambda - 1$ , coincidindo com a Eq.14.

Diferente do tensor de deformações, a deformação de engenharia não fornece informações sobre rotações. A partir de  $\underline{\underline{F}}$  é possível obter  $\varepsilon$  sem perda de informação, porém o inverso não é verdade.

No caso de deformações tridimensionais, o determinante do tensor  $\underline{\underline{F}}$  é igual a razão entre o volume do elemento infinitesimal deformado e o volume do

elemento infinitesimal na condição inicial. Ou seja:

$$\det \underline{\underline{\mathbf{F}}} = \frac{V}{V_0} \quad (16)$$

Comparando com o alongamento definido na Eq.14, conclui-se que o determinante do tensor de deformações possui função análoga no caso tridimensional, ao  $\lambda$  no caso unidimensional.

De fato, considerando os autovalores de cada vetor que compõe  $\underline{\underline{\mathbf{F}}}$  como sendo  $\lambda_i$ , a razão da deformação de um vetor  $i$  da base de um elemento infinitesimal é numericamente igual ao seu autovalor  $\lambda_i$ . No entanto, para caracterizar completamente a deformação, é necessário expressar como vetores materiais não alinhados às direções principais se comportam sob deformação. Mesmo em casos de deformação pura (deformação sem rotação), esses vetores podem realizar rotação porém a soma de todas essas rotações é igual a zero. Os tensores de alongamento são definidos de forma a suprir essa necessidade. No entanto, diferentemente do tensor de deformações, não possui informações sobre a rotação como mencionado anteriormente.

Utilizando a generalização de Seth-Hill da Eq.15, o tensor de alongamento referencial  $\underline{\underline{\mathfrak{E}}}$  e o tensor de alongamento espacial  $\underline{\underline{\mathfrak{E}}}$  são definidos como, respectivamente:

$$\underline{\underline{\mathfrak{E}}} = \frac{1}{k} [\underline{\underline{\mathbf{U}}}^k - \underline{\underline{\mathbf{I}}}] \quad (17)$$

e

$$\underline{\underline{\mathfrak{E}}} = \frac{1}{k} [\underline{\underline{\mathbf{V}}}^k - \underline{\underline{\mathbf{I}}}] \quad (18)$$

A associação entre os dois tensores de alongamento pode ser escrita como:

$$\underline{\underline{\mathfrak{E}}} = \underline{\underline{\mathbf{R}}} \bullet \underline{\underline{\mathfrak{E}}} \bullet \underline{\underline{\mathbf{R}}}^T \quad (19)$$

Assim no caso de deformação pura, onde  $\underline{\underline{\mathbf{R}}} = \underline{\underline{\mathbf{I}}}$ , o tensor de alongamento referencial é igual ao tensor de alongamento espacial. Aplicando as relações da

Eq.12 e para  $k = 2$ , obtêm-se o tensor de deformações de Lagrange, dado por:

$$\underline{\underline{\mathbf{E}}} = \frac{1}{2}[\underline{\underline{\mathbf{F}}}^T \bullet \underline{\underline{\mathbf{F}}} - \underline{\underline{\mathbf{I}}}] \quad (20)$$

A escolha de valores pares para o parâmetro  $k$  elimina a necessidade de se calcular raízes de tensores, diminuindo o custo computacional necessário para obter o resultado. Além disso a escolha de  $k = 2$  implica que o expoente que eleva o tensor gradiente de deformações é igual a 1, tornando o cálculo ainda menos custoso computacionalmente.

## C Torção

A torção é caracterizada pela aplicação de um momento paralelo sobre o eixo longitudinal de um corpo em que, geralmente, uma dimensão se sobressai sobre as outras, como por exemplo, em um eixo cilíndrico. Analogamente ao tensor gradiente de deformação definido anteriormente, na torção um vetor inicial  $\underline{X}$  é mapeado para um vetor final  $\underline{x}$  de modo a seguir a relação:

$$\underline{x} = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{X} \quad (21)$$

Onde  $\underline{\underline{Q}}$  é o tensor de rotação que caracteriza a torção.

A figura abaixo ilustra uma torção aplicada a um cilindro.

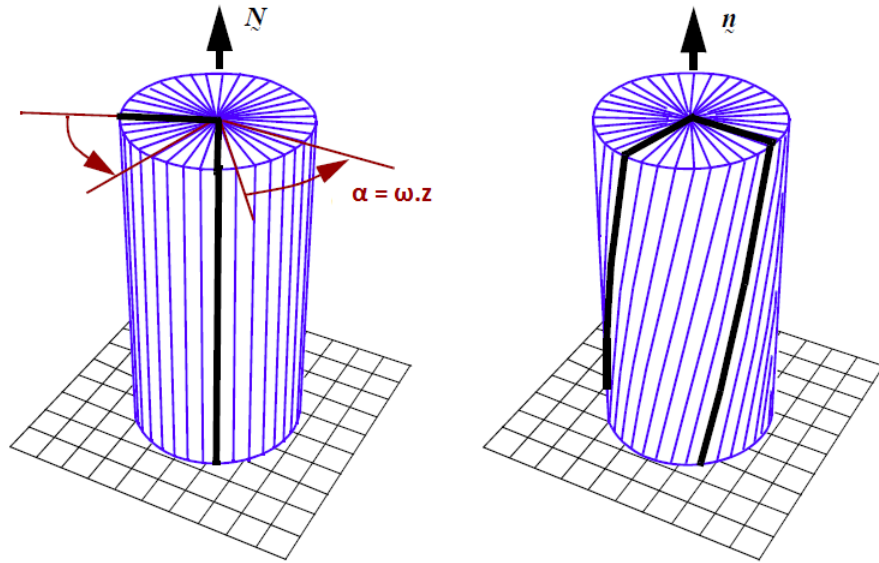


Figura 27: Torção aplicada a um cilindro. Adaptado de: (Brannon 2008)

O tensor  $\underline{\underline{Q}}$  não é constante, e varia com a altura  $z$  da seção transversal, uma vez que o ângulo de rotação  $\alpha$  depende de  $z$ . Dessa forma, define-se o tensor de torção angular  $\underline{\underline{\Omega}}$  de modo que:

$$\frac{d\underline{\underline{Q}}}{dz} = \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{\underline{Q}}, \quad \text{onde } z = \underline{N} \cdot \underline{X} = \underline{n} \cdot \underline{x} \quad (22)$$

No caso de torção uniforme, o tensor  $\underline{\underline{\Omega}}$  pode ser escrito como:

$$\underline{\underline{\Omega}} = \underline{\underline{\omega}} = \underline{\omega} \bullet \underline{\underline{n}} \quad (23)$$

Pela geometria do problema convém escrever os vetores em termos da base cilíndrica  $\{\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z\}$ , conforme exemplificado na figura abaixo.

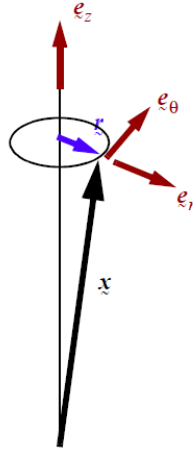


Figura 28: Representação da base em coordenadas cilíndricas, em vermelho. Retirado de: (Brannon 2008)

Convém também definir o vetor tangente à seção transversal  $\underline{v}$  como sendo:

$$\underline{v} = \underline{\underline{\omega}} \times \underline{r} = \underline{\underline{\Omega}} \bullet \underline{x} \quad (24)$$

Dessa forma, a substituição da Eq.21 na Eq.3 e a aplicação da regra da cadeia, resulta no tensor gradiente de deformação para torção  $\underline{\underline{F}}$ :

$$\underline{\underline{F}} = [\underline{\underline{Q}} + \underline{v}\underline{N}] \quad (25)$$

Com o tensor  $\underline{\underline{F}}$  definido, o tensor à esquerda  $\underline{\underline{B}}$  e o tensor à direita  $\underline{\underline{C}}$  de Cauchy-Green podem ser definidos, respectivamente, como:

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{I}} + \underline{v}\underline{n} + \underline{n}\underline{v} + \underline{v}\underline{v} \quad (26)$$

e

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{N}}\underline{\underline{u}} + \underline{\underline{u}}\underline{\underline{N}} + \underline{\underline{u}}^2\underline{\underline{N}}\underline{\underline{N}}, \quad \text{com } \underline{\underline{u}} \equiv \underline{\underline{Q}}^T \bullet \underline{\underline{v}} \quad (27)$$

Reescrevendo os tensores em termos da base cilíndrica:

$$[F] = \begin{bmatrix} \cos(\omega z) & -\sin(\omega z) & 0 \\ \sin(\omega z) & \cos(\omega z) & \omega r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + (\omega r)^2 & \omega r \\ 0 & \omega r & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \omega r \\ 0 & \omega r & 1 + (\omega r)^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

## D Coeficiente de Correlação

Para determinar o campo de deslocamentos, inicialmente é definida a área na qual o algoritmo deve atuar, chamada de região de interesse (ou ROI). A ROI é então dividida em sub-regiões igualmente espaçadas, de modo que os deslocamentos dentro de cada sub-região são considerados uniformes. Assim, o campo de deslocamentos dentro da ROI é dado pela união dos deslocamentos de cada sub-região. As imagens representando os instantes inicial e final de cada passo, são convertidas para valores em escala de cinza, de forma que cada sub-região contenha um padrão único que pode ser univocamente determinado em ambos os instantes (Pan et al. 2009).

Cada sub-região possui dimensão  $(2M - 1) \times (2M - 1)$  e possui um sistema de coordenadas cuja origem se encontra no centro da sub-região. Como definido pela Equação 1, o vetor de deslocamentos é dado pela diferença entre a posição final e inicial de um mesmo ponto. Dessa forma, dado que as posições iniciais dos centros das sub-regiões são conhecidas, a obtenção do campo de deslocamentos passa a estar condicionada a determinar a posição final dos centros.

A função de mapeamento definida anteriormente na Equação 9 está escrita na forma matricial. É possível separar em equações para cada coordenada, e generalizar para cada ponto dentro de uma sub-região:

$$\begin{aligned}x_i &= X_i + F_{xx}(X_i - X_0) + F_{xy}(Y_j - Y_0) + u \\y_j &= Y_j + F_{yx}(X_i - X_0) + F_{yy}(Y_j - Y_0) + v\end{aligned}\tag{31}$$

onde  $(x_i, y_j)$  são as coordenadas de cada ponto tal que  $(i, j) = -M : M$  na configuração deformada,  $(X_i, Y_j)$  as coordenadas de cada ponto na configuração inicial,  $(X_0, Y_0)$  a coordenada do centro da sub-região na configuração inicial,  $F$  o tensor de deformação de primeira ordem e  $u, v$  as componentes referentes a translação de corpo rígido do centro da sub-região.

Introduzindo as funções de forma  $\xi(X_i, Y_j)$  e  $\eta(X_i, Y_j)$ , a Equação 31 pode ser resumida a:

$$\begin{aligned} x_i &= X_i + \xi(X_i, Y_j) \\ y_j &= Y_j + \eta(X_i, Y_j) \end{aligned} \quad (32)$$

No entanto, a priori não são conhecidos  $F$  e  $u, v$  e portanto não é possível determinar os pontos no instante final. Para determinar os parâmetros do deslocamento, utilizam-se critérios de correlação, de forma que seja garantido que o campo de deslocamentos dado pelas funções de forma seja de fato a melhor representação do campo de deslocamentos real imposto ao corpo (Schreier & Sutton 2002). Uma vez que as posições finais estejam determinadas após a correlação, os parâmetros do deslocamento podem ser determinados, e portanto o campo de deslocamentos estará definido.

Os dois principais critérios de correlação utilizados em DIC partem da métrica:

$$\begin{aligned} d &= \sum (f(X_i, Y_j) - g(x_i, y_j))^2 \\ &= \sum f(X_i, Y_j)^2 - 2 \sum f(X_i, Y_j)g(x_i, y_j) + \sum g(x_i, y_j)^2 \end{aligned} \quad (33)$$

sendo  $f(X_i, Y_j)$  e  $g(x_i, y_j)$  os valores, em escala de cinza, dos pixels de uma sub-região nas configurações inicial e deformada, respectivamente. O critério de soma das distâncias ao quadrado (SSD) se baseia em minimizar  $d$ . O valor de  $d$  será mínimo quando  $f(X_i, Y_j)$  e  $g(x_i, y_j)$  forem quase idênticos e o termo  $\sum f(X_i, Y_j)g(x_i, y_j)$  for máximo. Dessa forma, o critério de correlação cruzada (CC) se baseia em maximizar o produto  $\sum f(X_i, Y_j)g(x_i, y_j)$  (Wilson & Ritter 2000).

Contudo, tais critérios são sensíveis à ruídos e variações da luminosidade que incide no corpo de teste (Pan et al. 2009). Além disso, caso os valores de  $g(x_i, y_j)$  sejam muito maiores que os de  $f(X_i, Y_j)$ , o termo  $\sum f(X_i, Y_j)g(x_i, y_j)$  tenderá a ser grande, mesmo que o local não seja uma boa aproximação para o campo de deslocamentos. Similarmente, em regiões com muitos zeros os critérios podem sinalizar que a correlação é fraca, mesmo que os valores de  $f(X_i, Y_j)$  e

$g(x_i, y_j)$  sejam muito próximos (Wilson & Ritter 2000).

Para corrigir esses erros, é utilizada a versão normalizada em torno do zero dos coeficientes (ZNSSD e ZNCC):

$$\begin{aligned} C_{ZNCC} &= \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left\{ \frac{[f(X_i, Y_j) - f_m] \times [g(x_i, y_j) - g_m]}{\Delta f \Delta g} \right\} \\ C_{ZNSSD} &= \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left\{ \frac{[f(X_i, Y_j) - f_m]}{\Delta f} - \frac{[g(x_i, y_j) - g_m]}{\Delta g} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

onde  $f_m$  e  $g_m$  são os valores médios, e  $\Delta f$  e  $\Delta g$  as variâncias, definidos como:

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{1}{(2M-1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(X_i, Y_j) \\ g_m &= \frac{1}{(2M-1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x_i, y_j) \end{aligned} \quad (35)$$

e

$$\begin{aligned} \Delta f &= \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left\{ [f(X_i, Y_j) - f_m]^2 \right\}} \\ \Delta g &= \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left\{ [g(x_i, y_j) - g_m]^2 \right\}} \end{aligned} \quad (36)$$

Dessa forma, Giachetti (2000) mostrou que apesar dos critérios normalizados apresentarem maior complexidade computacional, a precisão é similar quando comparado com os critérios não-normalizados. No entanto, em casos que a variação de luminosidade incidente no corpo é muito grande, os critérios normalizados performam melhor que os não-normalizados, uma vez que estes são muito influenciados pelas condições do ambiente. Assim, os critérios normalizados se tornam preferíveis, por fornecer maior consistência independente das condições do teste.

## E Interpoladores

No processo de aquisição de imagens digitais, o sinal contínuo a ser registrado é convertido para o domínio discreto, sendo que o valor de cada ponto da imagem é registrado em um pixel. No entanto, a exata localização de pontos sujeitos a deformações não está restrita a valores inteiros, podendo assumir valores entre dois pixels. Dessa forma, os critérios de correlação como definidos anteriormente não são capazes de fornecer a posição dos pontos com precisão sub-pixelar.

Para melhorar o desempenho da correlação é feito um pré-processamento utilizando interpoladores. Assim, funções contínuas são inseridas no domínio da análise de modo a permitir que os valores em escala de cinza  $f(X_i, Y_j)$  e  $g(x_i, y_j)$  possuam valores para qualquer ponto dentro do domínio. Devido a complexidade da interpolação de imagens, bem como a precisão requerida para análise, interpoladores de alta ordem são utilizados, sendo os mais comuns interpoladores bicúbicos, interpoladores de splines cúbicos e interpoladores B-spline de quinto grau.

Uma vez que a interpolação no espaço pode ser entendida como duas interpolações, uma em cada direção (Keys 1981), para facilitar a discussão inicialmente será detalhado o processo de construção de interpoladores em uma dimensão. De modo geral, um interpolador é definido como:

$$g(x) = \sum_k c_k u\left(\frac{x - x_k}{h}\right) \quad (37)$$

sendo  $g(x)$  a função interpoladas dos valores em escala de cinza,  $x_k$  os nós do interpolador,  $c_k$  parâmetros que dependem dos valores nos nós,  $u$  o kernel, responsável pelas características de cada interpolação,  $k$  o grau do polinômio interpolador e  $h$  a distância entre dois pontos consecutivos na malha discreta.

Por definição, os valores das funções interpoladoras nos pontos discretos conhecidos (nós) devem ser iguais aos valores em escala de cinza desses pontos. Ou seja, os polinômios interpoladores devem passar exatamente pelos nós. Dessa forma, para interpoladores cúbicos são utilizados quatro pontos, dois à esquerda

e dois à direita do ponto a ser interpolado. Define-se  $s = -2 : 2$ , tal que  $s = \frac{x-x_k}{h}$  represente o intervalo em que o ponto está sendo interpolado. O intervalo é dividido em quatro sub-intervalos  $(-2, -1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$  e para cada sub-intervalo são definidos os polinômios simétricos, de forma que para um kernel cúbico seja generalizado por:

$$u(s) = \begin{cases} A_1|s|^3 + B_1|s|^2 + C_1|s| + D_1 & 0 < |s| < 1 \\ A_2|s|^3 + B_2|s|^2 + C_2|s| + D_2 & 1 < |s| < 2 \\ 0 & 2 < |s| \end{cases} \quad (38)$$

As constantes da Equação 38 são determinadas aplicando condições de contorno, como demonstrado por (Keys 1981). Para interpoladores cúbicos, os parâmetros  $c_k$ 's da Equação 37 são dados em função dos valores em escala de cinza dos pontos  $x_k$ 's, uma vez que as funções interpoladoras devem passar exatamente pelos pontos da malha discreta original, como definido anteriormente. Já nos splines, não há essa restrição o que adiciona mais uma etapa ao algoritmo, uma vez que é necessário determinar tais parâmetros. Os detalhes desse procedimento são dados em (Watanabe 1997).

Para interpolações no espaço bidimensional, são realizados duas interpolações uma para cada direção, através da malha mostrada na Figura 29 onde o ponto  $(x, y)$  a ser interpolado está dentro do sub-intervalo  $[x_j, x_{j+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ .

Dessa forma, a Equação 37 pode ser expandida para o caso bidimensional:

$$g(x, y) = \sum_{l=-1}^2 \sum_{m=-1}^2 c_{j+l, k+m} u\left(\frac{x-x_{j+l}}{h_x}\right) u\left(\frac{y-y_{k+m}}{h_y}\right) \quad (39)$$

sendo  $c_{jk}$ 's dados por (Keys 1981) e o kernel da interpolação bicúbica por:

$$u(s) = \begin{cases} \frac{3}{2}|s|^3 - \frac{5}{2}|s|^2 + 1 & 0 < |s| < 1 \\ -\frac{1}{2}|s|^3 + \frac{5}{2}|s|^2 - 4|s| + 2 & 1 < |s| < 2 \\ 0 & 2 < |s| \end{cases} \quad (40)$$

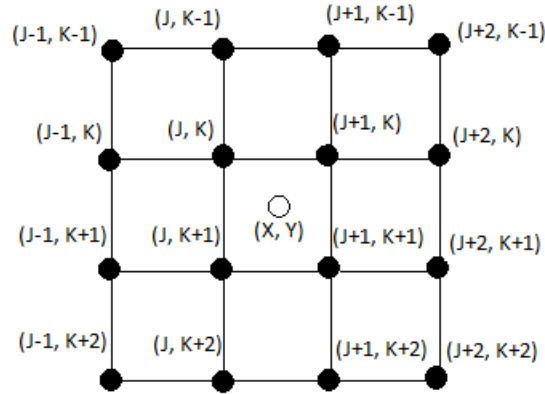


Figura 29: Malha discretizada 4x4 para interpolações bidimensionais

Os interpoladores de terceira ordem são os mais utilizados para DIC, no entanto B-splines de quinto grau também são utilizados por diminuírem o erro inerente à interpolação. Schreier et al. (2000) concluiu que a redução do erro de um interpolador cúbico para um de quinta ordem é menor que a redução do erro entre um interpolador linear e um cúbico. Além disso, apesar dos interpoladores de quinta ordem realizarem, em média, o dobro de operações que um interpolador cúbico, o custo computacional se mantém praticamente constante tornando preferível a utilização de interpoladores de quinta ordem.

Posteriormente, Debella-Gilo & Kääb (2011) demonstrou que uma menor resolução da imagem, ou seja um maior tamanho de pixel, aumenta o erro da interpolação. Adicionalmente, a utilização de precisões maiores que  $1/16$  do tamanho do pixel não reduz significativamente o erro para interpolações cúbicas. O mesmo estudo concluiu que o erro da interpolação também sofre influência do intervalo de tempo entre os instantes inicial e final, sendo que quanto maior o intervalo maior será o erro.